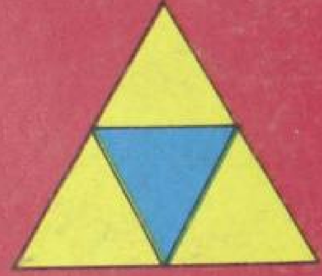
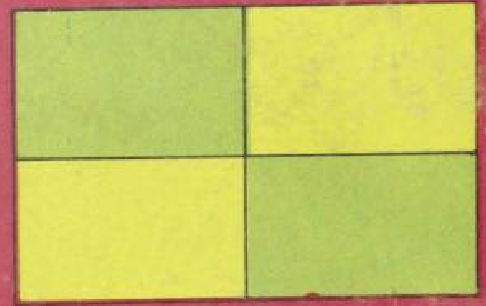
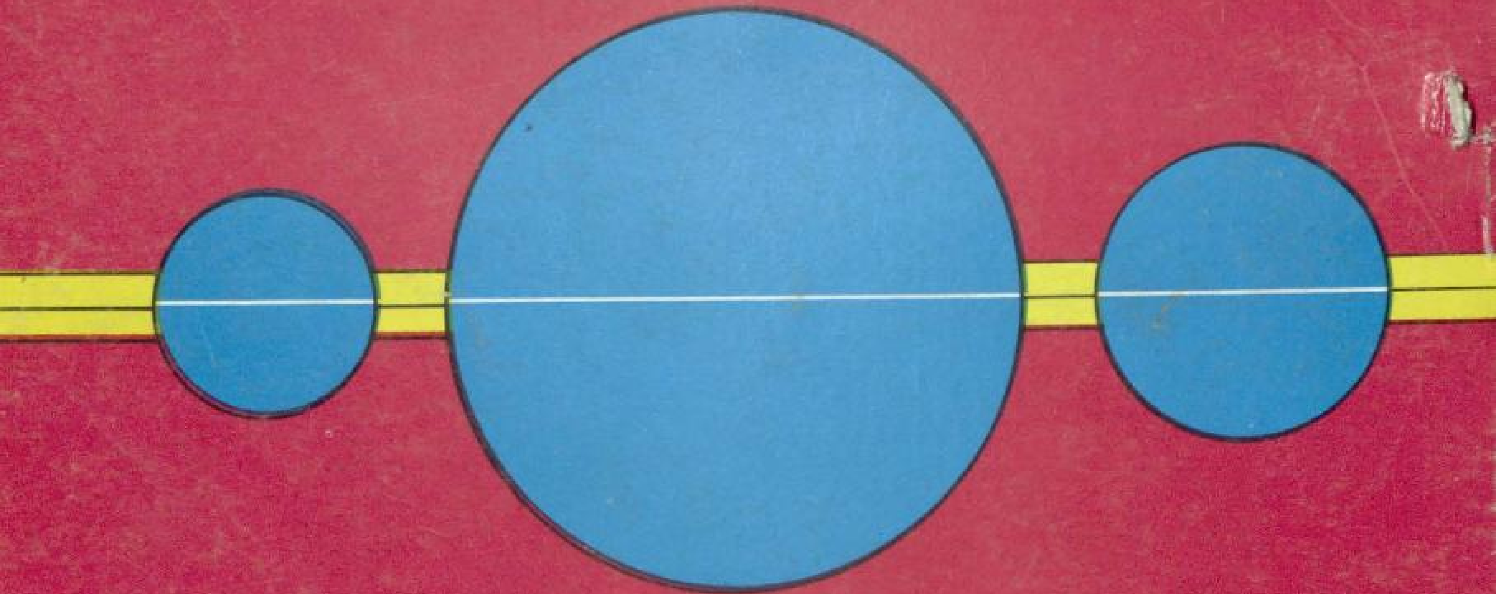
ریاضی 7









پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور

اپیل

پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ آپ کا اپنا ادارہ ہے جو پنجاب کے طلبہ وطالبات کے لئے معیاری اور سستی نصابی کتب مہیا کرتا ہے۔ ان کتب کی تیاری ماہرین تعلیم کی زیر نگرانی کی جاتی ہے تاکہ بچوں میں تخلیقی صلاحیتیں اجاگر ہوں۔ کچھ ناشرین ایسی کتب شائع کرتے ہیں جن میں سوالاً جواباً مختصر ترین مواد ہوتا ہے۔ ان کتب میں ٹیسٹ پیپرز، گائیڈز، خلاصہ جات وغیرہ شامل ہیں۔ ایسی کتب کو رٹ لینے سے طلبہ وطالبات امتحان تو شاید پاس کرلیں مگر ان کی ذہنی تربیت نہ ہونے کے برابر ہوتی ہے۔ ایسے بچے اعلیٰ پیشہ ورانہ اداروں میں ناکام ہو جاتے ہیں۔ محترم والدین، اساتذہ کرام اور عزیز طلبہ وطالبات سے گزارش ہے کہ وہ کسی قسم کی غیر معیاری کتب خریدنے کے پابند نہیں ہیں اور اگر کوئی فرد انھیں اس سلسلے میں مجبور کرے تو وہ فوراً مندرجہ ذیل پتہ پر اطلاع دیں۔

جماعت ہفتم کے لئے صرف درج ذیل کتب ہی وفاقی وزارت تعلیم حکومت پاکستان اور محکمہ تعلیم حکومت پنجاب کی طرف سے منظور شدہ ہیں۔ ان کو پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ نے شائع کیا ہے اور ان پر نیچے دیا گیا بورڈ کا خاص نشان موجود ہے۔

جماعت ہفتم کے لئے بورڈ کی شائع کردہ کتب یہ ہیں

1- اردو کی آٹھویں کتاب	2- انگلش	3- ریاضی
4- سائنس	5- اسلامیات	6- معاشرتی علوم
7- لغۃ القرآن	8- ہوم اکنامکس (برائے طالبات)	9- پنجابی دی تیجی کتاب
10- زرعی تعلیم	11- کتاب جدید فارسی	12- اطلاقی برقیات
13- چوب کاری	14- دھات کاری	15- آرٹ اینڈ ڈرائنگ



میجر (ریٹائرڈ) اقبال احمد

چیئرمین

پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ،

21-ای-II-گلبرگ-3، لاہور۔

ریاضی

برائے جماعت ہفتم



ناشر

اظہر پبلشرز

برائے

پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور

تعداد اشاعت	طباعت	ایڈیشن	تاریخ اشاعت
49,000	دہم	اوّل	مارچ 1999ء

تیار کردہ : پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ

منظور شُدہ : قومی ریویو کمیٹی وفاقی وزارت تعلیم حکومتِ پاکستان

مُصنّفین

- ڈاکٹر اکبر علی
- خالد سلیم
- سیّد امیر حُسین نقوی
- ڈاکٹر خالد لطیف میر
- شمشاد محمّد لودھی
- شیخ محمّد اختر احمد
- ڈاکٹر محمّد کلیم

مدیران

- مِس منوّر رشید
- فہیم حسین

نگران : فہیم حسین
محمد اشرف رانا

ایڈیٹرانچیف : جاوید اقبال

ناظم فنی : پروفیسر شبیر احمد

پروسیسنگ : ملک سلطان محمود ایجوکیشنل ٹریڈرز لاہور

ناشر : اظہر پبلشرز ④ اُردو بازار لاہور

مطبع : تراب مبین پرنٹرز ابراہیم روڈ لاہور

بسم اللہ الرحمٰن الرحیم

فہرست



سیٹ

دُوسروں تک اپنی بات پہنچانے کا ذریعہ زبان ہے ۔ زبان کی بھی کئی صورتیں ہیں ۔ ایک صورت یہ ہے کہ اشاروں کی زبان میں بات کی جائے ۔ بچہ جب تک بولنا نہیں سیکھ جاتا، اپنی بات رو کر ، مختلف آوازیں نکال کر اور اشاروں سے اپنے ماں باپ اور دوسروں تک پہنچاتا ہے ۔ جب بولنا سیکھ جاتا ہے تو مادری زبان کے ذریعہ دوسروں کی بات سمجھنے اور اپنی بات پہنچانے کی کوشش کرتا ہے ۔ جب ذرا بڑا ہو کر سکول پہنچتا ہے تو اپنی مادری زبان کے ذریعے پڑھنا لکھنا سیکھنے کے علاوہ قومی زبان اردو سیکھنے کی کوشش کرتا ہے ۔ کالجوں اور یونیورسٹیوں کی سطح پر کئی مضامین انگریزی میں پڑھائے جاتے ہیں ۔ اس طرح مختلف قسم کی زبانوں سے ہمارا واسطہ پڑتا رہتا ہے ۔ جس قسم کی ضرورت ہوتی ہے اسی کے مطابق ہم زبان سیکھنے کے عمل کو آگے بڑھاتے چلے جاتے ہیں ۔ جہاں ہم مختلف مضامین پڑھنے کے لیے قومی زبان اردو یا کوئی اور زبان استعمال کرتے ہیں وہاں ہر مضمون کی اپنی مخصوص زبان بھی ہوتی ہے ، جنھیں علامات ، اصطلاحات وغیرہ کہتے ہیں اسی طرح ریاضی کی بھی اپنی مخصوص زبان ہے جس میں بہت سی علامات اور اصطلاحات استعمال ہوتی ہیں مثلاً

عدد ، عددی علامتیں ، جمع ، تفریق ، ضرب ، تقسیم ، کسُورِعام ، کسُور اعشاریہ ، فی صد ، اوسط وغیرہ ریاضی کی اصطلاحات ہیں ۔ اسی طرح

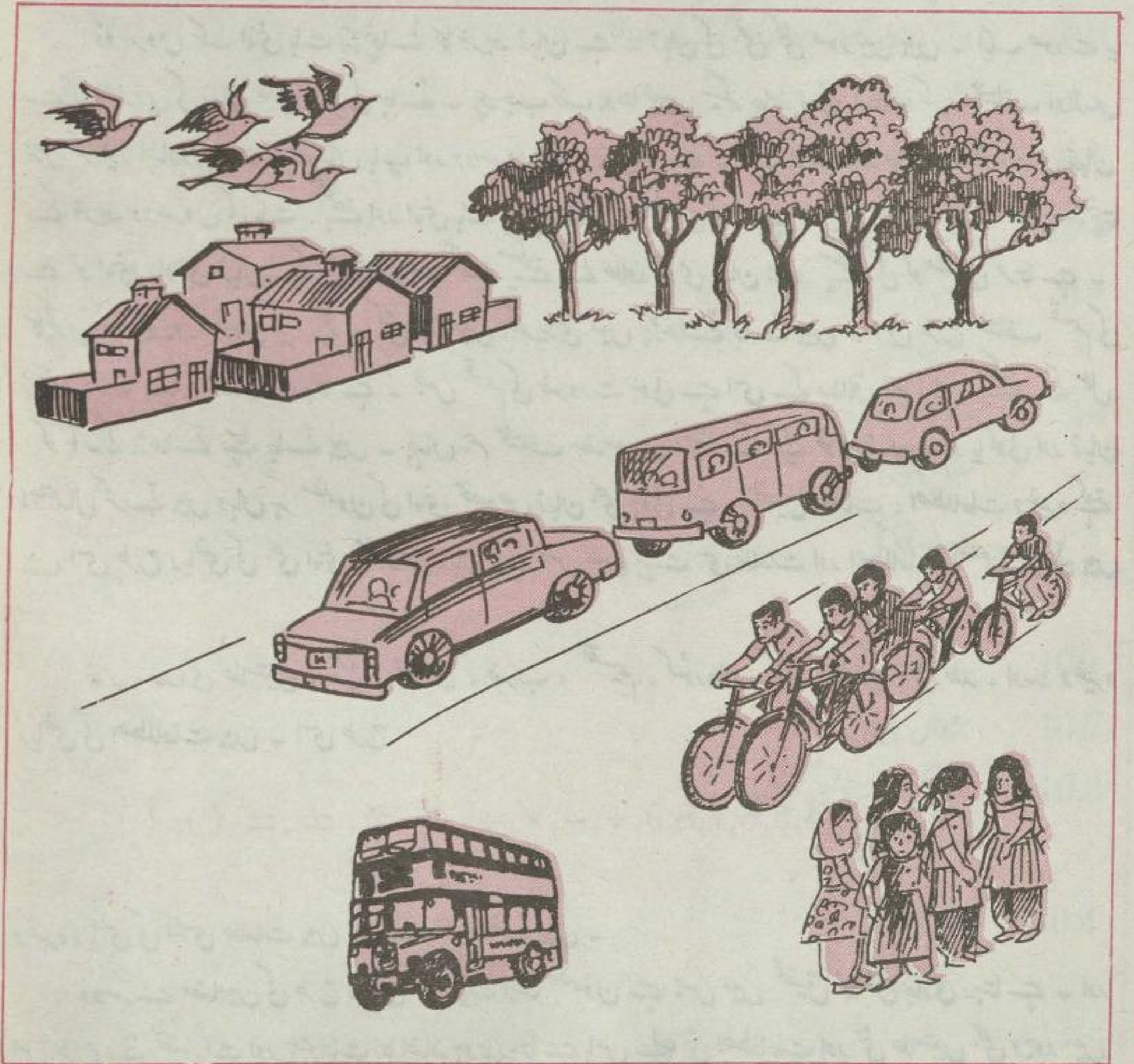
$$0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,+,-,\times,\div,\%,\cong,\neq,=,(),\{\}$$

وغیرہ ریاضی کی ایسی علامات ہیں جن سے ہم واقف ہیں ۔

دوسرے مضامین کی طرح ریاضی بھی ایک ایسا مضمون ہے جس میں تحقیق کا عمل جاری رہتا ہے ۔ اور اس طرح نئے تصورات اور عنوانات کا اضافہ ہوتا رہتا ہے اِس لیے نئی اصطلاحات اور نئی علامتیں بھی وجود میں آتی رہتی ہیں اور یوں اس مضمون کی اپنی مخصوص زبان میں اضافہ ہوتا رہتا ہے ۔ ایک مقصد یہ بھی ہوتا ہے

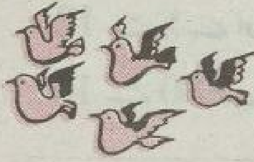
کہ ریاضی کے تصوّرات کو ریاضی کی بنیادی زبان کا درجہ حاصل ہوتا جا رہا ہے ۔

یہ تصوّرات انیسویں صدی میں جارج کینٹر (George Cantor) کی سوچ کے نتیجے میں ایک الگ نظریے کے طور پر وجود میں آئے لیکن ان تصوّرات نے ریاضی کی مختلف شاخوں کو آپس میں مربوط کرنے میں اہم کردار ادا کیا ہے اور اس طرح سیٹ کے تصوّرات کا استعمال بحیثیت زبان ریاضی بڑھتا چلا جا رہا ہے ۔ اس لیے ریاضی کے ہر طالب علم کے لیے ان کا سمجھنا ضروری ہے ۔ اس کا تصوّر کوئی مشکل نہیں ہے ۔ بلکہ ہمارے روزمرہ سے اس کا بہت تعلق ہے اور اس کا استعمال ہمیں بہت سے الفاظ کے استعمال سے بچاتا ہے ۔ اس کی بجائے ہم صرف ایک لفظ سیٹ استعمال کر سکتے ہیں ۔ اس بات کی وضاحت مندرجہ ذیل ہے ۔



اُوپر ایک مصروف سڑک کی تصویر ہے ۔ اس میں ہم کیا دیکھتے ہیں ۔

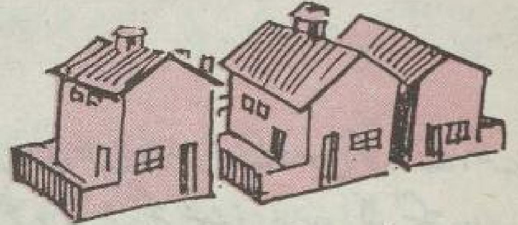
تصویر میں ہم مندرجہ ذیل چیزیں دیکھتے ہیں ۔



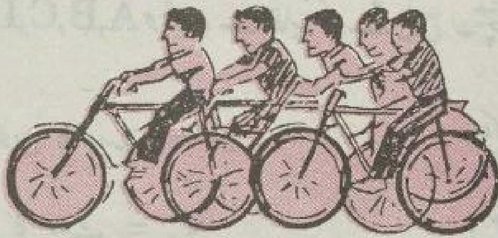
پرندوں کا غول



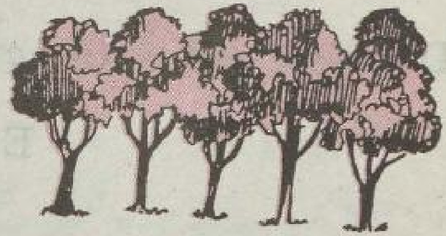
لڑکیوں کا گروہ



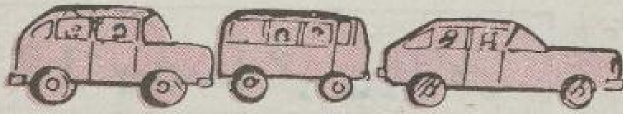
مکانوں کی قطار



سائیکل سواروں کی قطار



درختوں کا جُھنڈ



کاروں کی قطار

یہاں 'جھنڈ'، 'قطار'، 'گروہ'، 'غول' وغیرہ کے جو الفاظ استعمال ہوئے ہیں ۔ ان سے اجتماع کا مفہوم حاصل ہوتا ہے اور ہم دیکھتے ہیں کہ تقریباً ہر قسم کے اجتماع کے لیے ایک الگ لفظ استعمال ہوا ہے ۔ ریاضی میں ہر قسم کے اجتماع کے لیے لفظ "سیٹ" استعمال ہوتا ہے ۔ اس لیے ریاضی کی زبان میں ہم کہہ سکتے ہیں :

(1) درختوں کا سیٹ ، کاروں کا سیٹ ، لڑکیوں کا سیٹ ، سائیکل سواروں کا سیٹ ، پرندوں کا سیٹ ، مکانوں کا سیٹ ۔

(2) اسی طرح کمرۂ جماعت میں موجود کئی چیزوں کے سیٹ لیے جا سکتے ہیں ۔ مثلاً
طلبہ کا سیٹ ، پنسلوں کا سیٹ ، کرسیوں کا سیٹ ، میزوں کا سیٹ ، تختیوں کا سیٹ ، اساتذہ کا سیٹ ، اسلم کے بستے میں پڑی ہوئی چیزوں کا سیٹ ، کمرۂ جماعت میں موجود چیزوں کا سیٹ ،
(اس سیٹ میں وہ تمام اشیاء شامل ہوں گی جو کمرے میں موجود ہیں ۔ مثلاً طلبہ ، معلم ، پنسلیں ، کرسیاں وغیرہ) ۔

12 سے بڑے اور 25 سے چھوٹے مفرد اعداد کے سیٹ E کو لکھتے ہیں ۔

$$E = \{13, 17, 19, 23\}$$

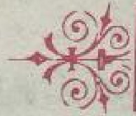
یہاں سیٹ E کے تمام ارکان کو لکھ دیا گیا ہے ۔ یا درج کر دیا گیا ہے ۔

اگر

H = 15 سے 30 تک مرکب اعداد کا سیٹ

تو H کو یوں لکھیں گے ۔

$$H = \{15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30\}$$



1.5 سیٹ کے تصوّر سے متعلق چند خاص نکات

(i) سیٹ کے ارکان واضح ہونے چاہیں تاکہ ان کے بارے میں یہ طے کیا جا سکے کہ وہ زیر غور سیٹ میں شامل ہیں یا نہیں ۔

(ii) کسی سیٹ میں ایک ہی شے کو بار بار شامل نہیں کیا جانا چاہیے ۔

(iii) کسی سیٹ میں شامل ارکان ایک ہی یا مختلف انواع کے ہو سکتے ہیں ۔

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

B = { بکری ، سائیکل ، میز ، آدمی }

سیٹ A کے تمام ارکان ایک جیسے ہیں کیونکہ قدرتی اعداد ہیں اور سیٹ B کے ارکان مختلف نوع کے ہیں ۔

(iv) سیٹ کے ارکان کی ترتیب اہم نہیں ہوتی ۔

مثلاً

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$$

کو یوں بھی لکھا جا سکتا ہے ۔

$$A = \{6, 14, 10, 8, 12, 2, 4\}$$

سیٹ سے متعلق درج بالا نکات کو مد نظر رکھتے ہوئے سیٹ کے تصور کو یوں بیان کیا جا سکتا ہے ۔

واضح اور مختلف اشیا کے اجتماع کو سیٹ کہتے ہیں ۔

مشق 1.1

1. اگر

$$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32\}$$

تو مندرجہ ذیل میں سے درست بیانات بتائیے ۔

(i) $8 \in A$ (ii) $20 \in A$ (iii) $15 \in A$

(iv) $24 \in A$ (v) $27 \in A$ (vi) $32 \in A$

(vii) $19 \in A$

2. $A = \{1,2,3,6,9,18\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

تو بتائیے کہ مندرجہ ذیل میں سے کونسے بیانات درست ہیں ؟

(i) $9 \in A$ (ii) $4 \in B$ (iii) $6 \in A$ اور $6 \in B$

(iv) $4 \notin B$ (v) $3 \in A$ (vi) $2 \in A$ اور $2 \in B$

(vii)* $4 \in A$ اور $4 \in B$ (viii) $4 \notin A$ (ix) $9 \notin A$

3. مندرجہ ذیل میں سے کون سے اجتماعات کو سیٹ نہیں کہہ سکتے اور کیوں ؟

(i) $A = \{a, b, c, c, d, e, e, f\}$

(ii) $B = \{a, b, c, d, e, f\}$

(iii) C = { ہاکی کے اچھے کھلاڑی }

(iv) D = { ہمارے سکول کے کرکٹ کے کھلاڑی }

(v) E = { قلم ، قلم ، عینک ، دوات ، چابی ، چابی }

(vi) F = { خوبصورت لڑکے }

نوٹ*: $4 \in A$ اور $4 \in B$ کا مطلب ہے کہ 4 سیٹ A اور B دونوں میں موجود ہے ۔

(3) ہم اعداد کے مختلف سیٹ بھی لے سکتے ہیں ۔ مثلاً

(i) دس سے چھوٹے قدرتی اعداد کا سیٹ

(ii) 12 سے بڑے اور 25 سے چھوٹے مفرد اعداد کا سیٹ

(iii) 15 سے 30 تک مرکب اعداد کا سیٹ وغیرہ ۔



1.1 سیٹوں کے نام

جس طرح ہم انسانوں اور دوسری چیزوں کے نام رکھتے ہیں اسی طرح سیٹوں کے ناموں کو بڑے انگریزی حروف A,B,C,D وغیرہ سے ظاہر کرتے ہیں ۔ چنانچہ پچھلے صفحے پر دیئے گئے سیٹوں کو یوں لکھ سکتے ہیں ۔

درختوں کا سیٹ = A   لڑکیوں کا سیٹ = B

طلبہ کا سیٹ = C   اسلم کے بستے میں پڑی ہوئی چیزوں کا سیٹ = D

12 سے بڑے اور 25 سے چھوٹے مفرد اعداد کا سیٹ = E



1.2 سیٹ کے ممبران یا ارکان

کسی سیٹ میں شامل اشیاء کو اس سیٹ کے ممبران یا ارکان کہا جاتا ہے ۔ مثلاً اگر

(i) درختوں کا سیٹ = A
تو سیٹ A کے ارکان یا ممبران "درخت" ہوں گے ۔

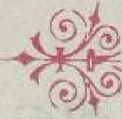
(ii) اسلم کے بستے میں پڑی ہوئی چیزوں کا سیٹ = D
تو سیٹ D کے ارکان یا ممبران قلم ، دوات ، کتابیں ، پنسل وغیرہ ہوں گی ۔ یعنی جو بھی چیزیں اسلم کے بستے میں ہوں گی وہ D کے ممبران یا ارکان ہوں گے ۔

(iii) 12 سے بڑے اور 25 سے چھوٹے مفرد اعداد کا سیٹ = E
تو سیٹ E کے ارکان
13,17,19,23 ہوں گے کیونکہ صرف یہی مفرد اعداد ہیں جو 12 سے بڑے اور 25 سے چھوٹے ہیں ۔

(iv) انگریزی کے پہلے پانچ حروفِ تہجّی کا سیٹ = G

a,b,c,d,e سیٹ G کے ممبران یا ارکان ہوں گے ۔

نوٹ : عام طور پر سیٹ کے ارکان کو انگریزی کے چھوٹے حروف تہجی a,b,c,d,... سے ظاہر کیا جاتا ہے ۔



1.3 "رُکن ہونے" یا "رُکن نہ ہونے" کی علامت

پچھلے صفحے پر دیے ہوئے سیٹ G اور E کو سامنے رکھتے ہوئے اگر کہا جائے کہ :-

(i) " 13 رکن ہے E کا" تو اسے علامت میں لکھیں گے

$$13 \in E$$

"∈" رُکن یا ممبر ہونے کی علامت ہے ۔

(ii) " 23 رکن ہے E کا" کو لکھیں گے ۔

$$23 \in E$$

(iii) " b رکن ہے G کا" کو لکھیں گے ۔

$$b \in G$$

(iv) " d رکن ہے G کا" کو لکھیں گے ۔

$$d \in G$$

"رکن نہیں ہے" کے لیے علامت ہے ∉ اس لیے

(i) " 29 رکن نہیں ہے E کا" کو لکھیں گے

$$29 \notin E$$

(ii) " f رکن نہیں ہے G کا" کو لکھیں گے

$$f \notin G$$



1.4 سیٹ کے لیے علامت

سیٹ کے لیے علامت { } استعمال ہوتی ہے ۔

4. بتائیے کہ کیا :-

(i) کتابیں اور طلبا ایک ہی سیٹ کے ممبر ہو سکتے ہیں ۔

(ii) عینک ، قلم ، کرسی ، بالٹی ایک سیٹ کے رکن ہو سکتے ہیں ۔

(iii) A = {2, 3, 5, 7, 11} کو اس طرح لکھا جا سکتا ہے ۔

کہ A = {11, 2, 7, 3, 5}

5. مندرجہ ذیل خالی جگہوں کو ∈ یا ∉ میں سے مناسب علامات لگا کر اس طرح پُر کیجیے کہ بیان درست بن جائے ۔

(i) 6......{2,4,8,10}

(ii) 11....{3 کے اضعاف}

(iii) 15....{3, 6, 9, 12, 15}

(iv) 18....{6, 12, 18, 24}

(v) 8......{12 کے اجزائے ضربی}



1.6 متناہی و غیر متناہی سیٹ

I اگر کسی سیٹ کے ارکان کی تعداد محدود ہو تو اسے متناہی سیٹ کہتے ہیں ۔ مثلاً

A = {2, 3, 5, 7, 11}

B = {2, 4, 6, 8, 10, 12, . . . , 500}

C = 100 سے چھوٹے قدرتی اعداد کا سیٹ

سیٹ B میں نقاط یہ ظاہر کرتے ہیں کہ 12 کے بعد 14 اور 14 کے بعد 16 آتا ہے اور یہ سلسلہ اسی طرح 500 تک جاتا ہے ۔

II اگر کسی سیٹ کے ارکان کی تعداد محدود نہ ہو تو اسے غیر متناہی سیٹ کہتے ہیں ۔ مثلاً

D = {2, 4, 6, 8, . . .}

$N = \{1, 2, 3, \ldots\}$ = تمام قدرتی اعداد کا سیٹ

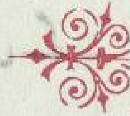
$Z = \{\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$ = صحیح اعداد کا سیٹ

ان تمام سیٹوں میں نقاط یہ ظاہر کرتے ہیں ۔ کہ ارکان کی تعداد لامحدود ہے ۔

قدرتی اعداد N کے سیٹ کو طریقہ اندراج میں یوں لکھتے ہیں

$$N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

اس طریقے میں درمیانے خطوط وحدانی کے اندر سیٹ کے تمام ارکان درج کر دیئے جاتے ہیں اور ہر دو ارکان کے درمیان قومہ کا نشان لگایا جاتا ہے ۔



1.7 سیٹوں کو ظاہر کرنے کے طریقے

یہاں صرف دو طریقوں کا ذکر کیا جائے گا ۔ ان میں سے ایک طریقہ اندراج اور دوسرا طریقہ بیانیہ ہے ۔

(i) طریقہ اندراج

اس طریقے میں درمیانے خطوط وحدانی کے اندر سیٹ کے تمام ارکان درج کر دیئے جاتے ہیں اور ہر دو ارکان کے درمیان قومہ کا نشان لگایا جاتا ہے مثلاً

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

A کو طریقہ اندراج سے ظاہر کیا گیا ہے ۔ ارکان کی تعداد صرف 12 ہے ۔ اور ان تمام ارکان کا درج کرنا مشکل یا ناممکن نہیں ہے ۔ اس لیے تمام ارکان درج کر دیئے گئے ہیں ۔ لیکن

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots, 1000\}$$

B میں ارکان کی تعداد ایک ہزار ہے ۔ گو B کے تمام ارکان کا درج کرنا ناممکن نہیں لیکن وقت طلب ضرور ہے ۔ اس لیے آسانی کی خاطر چند ارکان لکھ کر ان کے بعد نشان لگا دیئے جاتے ہیں اور پھر دی ہوئی ترتیب یا اصول کے مطابق آخری رکن لکھ دیا جاتا ہے ۔ B میں ترتیب یا اصول یہ ہے کہ ارکان ایک ایک کر کے بڑھ رہے ہیں اور آخری رکن 1000 ہے ۔

قدرتی اعداد N کے سیٹ کو طریقہ اندراج میں یوں لکھتے ہیں ۔

$$N = \{1, 2, 3, \ldots\}$$

اسی طرح صحیح اعداد کے سیٹ Z کو طریقہ اندراج میں یوں لکھتے ہیں ۔

$$Z = \{\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Z صحیح اعداد کا سیٹ ہے اور غیر متناہی ہے ۔ دونوں طرف نقاط یہ ظاہر کرتے ہیں کہ دونوں طرف سِلسلہ غیر متناہی ہے ۔

(ii) طریقہ بیانیہ

اس طریقے کے تحت کسی سیٹ کو ارکان کی تعریفی خاصیت (Defining Property) کے مطابق بیان کر دیا جاتا ہے ۔ مثلاً ہم نے اوپر جو سیٹ A لیا تھا وہ یہ ہے ۔

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\ 12\}$$

اسے طریقہ بیانیہ سے یوں ظاہر کریں گے ۔

پہلے بارہ قدرتی اعداد کا سیٹ = A

A کی "تعریفی خاصیّت" یہ ہے کہ اس کے ارکان "پہلے 12 قدرتی اعداد" ہیں ۔ اِن کے علاوہ اور کوئی رکن نہیں ۔ A کو یوں بھی ظاہر کیا جاسکتا ہے ۔

13 سے چھوٹے قدرتی اعداد کا سیٹ = A

یہاں "تعریفی خاصیّت" کے الفاظ تبدیل کر دیے گئے ہیں کہ "13 سے چھوٹے قدرتی اعداد" سیٹ A کے ارکان ہیں مگر ارکان میں کوئی فرق نہیں پڑا ۔
اسی طرح

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots, 1000\}$$

کو طریقہ بیانیہ سے یوں ظاہر کریں گے ۔

پہلے ایک ہزار قدرتی اعداد کا سیٹ = B

یا

1001 سے چھوٹے قدرتی اعداد کا سیٹ = B

اُوپر دِیے گئے سیٹ N اور Z یوں ظاہر کیے جائیں گے :

تمام قدرتی اعداد کا سیٹ = N

تمام صحیح اعداد کا سیٹ = Z

اگر

C = {7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 , 0, -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7}

تو C کو طریقہ بیانیہ میں یوں لکھیں گے ۔

8– سے بڑے اور 8 سے چھوٹے صحیح اعداد کا سیٹ = C

اگر

D = {1, 2, 3, 4, 6, 12}

تو D کو یوں لکھیں گے :

12 کے عادوں کا سیٹ = D

E = {3, 6, 9, 12 15}

کو لکھیں گے :

3 کے پہلے پانچ اضعاف کا سیٹ = E



1.8 اعداد کے سیٹ

یہاں اعداد کے وہ سیٹ دیے جا رہے ہیں ۔ جن سے ہمارا واسطہ اس کتاب میں پڑتا رہے گا ۔

تمام قدرتی اعداد کا سیٹ = N = {1, 2, 3, . . .,}

تمام صحیح اعداد کا سیٹ = Z = {. . ., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, . . .}

صحیح اعداد کے سیٹ کو یوں بھی لکھ سکتے ہیں

Z = {0, ±1, ±2, ±3, . . .,}

تمام مکمل اعداد کا سیٹ = W = {0, 1, 2, 3, . . .,}

تمام جفت اعداد کا سیٹ = {. . ., -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, . . .}

مشق 1.2

(i) مندرجہ ذیل میں سے کون سے سیٹ متناہی اور کون سے غیر متناہی ہیں ؟

1. A = {9, 12, 15, 18, 21, 24}
2. B = {-13, -17, -21, -25, -29}
3. C = {5, 10, 15, 20, 25, 30, . . .}
4. D = {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j}
5. E = {-5, -15, -25, -35, . . .}
6. F = {8, 16, 24, 32, 40, . . .}

(ii) مندرجہ ذیل سیٹوں کو طریقہ بیانیہ میں لکھیے ۔

7. A = {1, 3, 5, 7, 9}
8. B = {1, 4, 9, 16, 25}
9. C = {1, 2, 4, 8, 16}
10. D = {10, 20, 30, 40}
11. E = {a, b, c, d, e, f}
12. F = {a, e, i, o, u}
13. G = {2, 3, 5, 7, 11}
14. H = {5, 10, 15, 20, 25, . . .}
15. J = **{4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, ...}.**
16. K = {. . ., -19, -18, -17, -16, -15}
17. L = {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}

(iii) مندرجہ ذیل سیٹوں کو طریقہ اندراج میں لکھیے ۔

18. 14− سے بڑے منفی جفت اعداد کا سیٹ
19. 8− سے بڑے اور 3 سے چھوٹے صحیح اعداد کا سیٹ

20. 5 کے اضعاف کا سیٹ

21. 36 کے عادوں کا سیٹ

22. تمام جفت اعداد کا سیٹ

23. 7 کے پہلے پانچ اضعاف کا سیٹ

24. m اور r کے درمیان حُروف تہجّی کا سیٹ



1.9 ایک سے ایک کی مطابقت

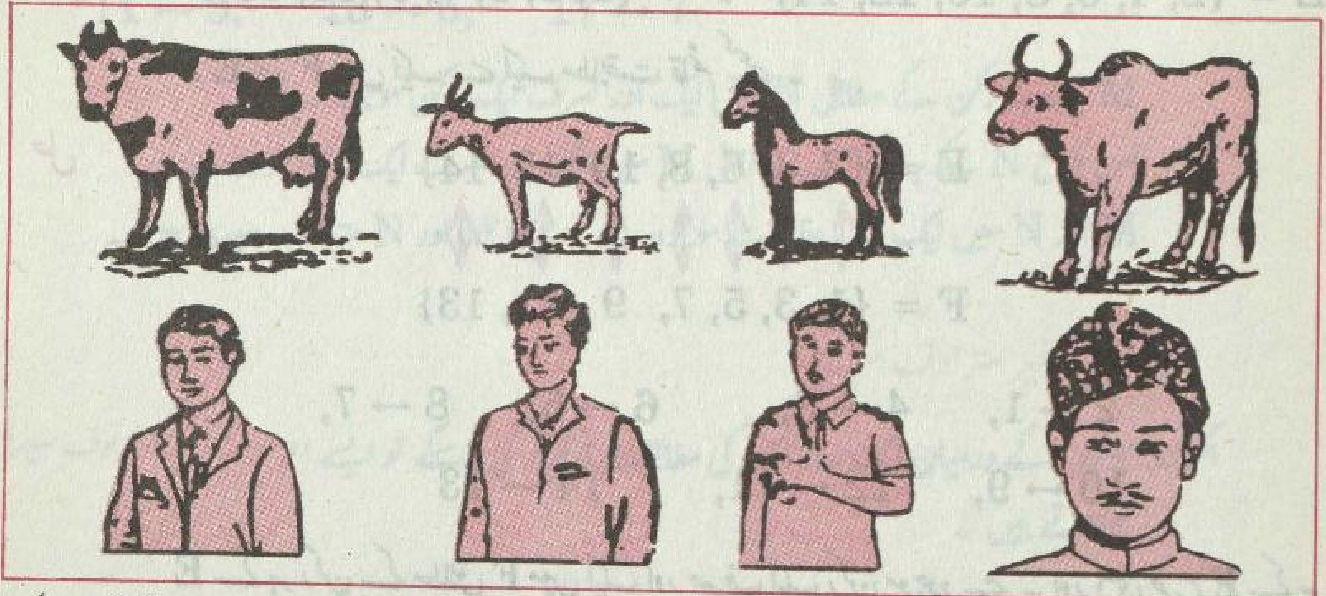
فرض کیجیے امجد کے پاس گائے ، انور کے پاس بکری ، اکرم کے پاس گھوڑا اور احسان کے پاس بھینس ہے۔

اسی بات کا اظہار ایک اور طرح سے کرسکتے ہیں۔

A = { امجد ، انور ، اکرم ، احسان }

↕ ↕ ↕ ↕

B = { گائے ، بکری ، گھوڑا ، بھینس }



"امجد ⟷ گائے" کا مطلب یہ ہے کہ "امجد کی ملکیت گائے اور گائے کا مالک امجد ہے"۔ یہ بھی کہا جاسکتا ہے کہ A میں شامل ہر شخص کی ملکیت B میں شامل کوئی ایک جانور ہے اور B میں شامل ہر جانور کا مالک A میں شامل کوئی ایک شخص ہے۔

ریاضی کی زبان میں اسے "ایک سے ایک کی مطابقت" قائم کرنا کہتے ہیں ۔ اِس لیے ہم کہیں گے کہ A اور B میں "I – I مطابقت" قائم کی جاسکتی ہے ۔

اِسی طرح اگر

C = { منوّر ، منظور ، مدثر ، مزمّل ، محمود }

↕ ↕ ↕ ↕

D = { گائے ، بکری ، گھوڑا ، بھینس }

اور فرض کیجیے کہ منوّر کی ملکیّت گائے ، منظور کی ملکیّت بکری ، مدثر کی ملکیت گھوڑا اور مزمّل کی ملکیت بھینس ہے تو ہم دیکھتے ہیں کہ C میں شامل محمود ایک ایسا شخص ہے جس کی ملکیّت D میں کوئی جانور نہیں ۔ یعنی C کے ہر رکن کے مطابق D میں ایک رکن موجود نہیں ہے مگر D کے ہر رکن کے مطابق C میں ایک رکن موجود ہے ۔ اِس لیے C اور D میں "I – I مطابقت" قائم نہیں کی جاسکتی ۔ پس

"اگر دو سیٹ A اور B اس طرح ہوں کہ A کے ہر رکن کے لیے B میں ایک اور صِرف ایک رکن موجود ہو اور B کے ہر رکن کے لیے A کا صرف ایک رکن موجود ہو تو A اور B میں "ایک ایک مطابقت ہوگی"۔

مثال 1 اگر $F = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ $E = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$

تو E اور F میں ایک سے ایک مطابقت قائم کیجیے ۔

حل

$$E = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$$

↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕

$$F = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$$

$2 \leftrightarrow 1,\quad 4 \leftrightarrow 3,\quad 6 \leftrightarrow 5,\quad 8 \leftrightarrow 7,$

$10 \leftrightarrow 9,\quad 12 \leftrightarrow 11,\quad 14 \leftrightarrow 13$

E کے ہر رکن کے مطابق F میں ایک اور صرف ایک رکن موجود ہے ۔ اور اسی طرح F کے ہر رکن کے مطابق E کا صرف ایک رکن موجود ہے ۔ اِس لیے E اور F میں ایک ایک مطابقت ہوگی ۔



1.10 مترادف و غیر مترادف سیٹ

(i) مترادف سیٹ

اگر دو سیٹوں کے درمیان ایک ایک مطابقت قائم کی جاسکے تو ایسے دو سیٹ مترادف سیٹ کہلاتے ہیں ۔

مثال 1 میں دیے گئے سیٹ E اور F مترادف سیٹ ہیں ۔

مثال 1 اگر

$M = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$

$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

تو کیا M اور N مترادف سیٹ ہیں ۔

حل

$M = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$

$\updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow$

$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$2 \leftrightarrow 1, \quad 3 \leftrightarrow 2, \quad 5 \leftrightarrow 3, \quad 7 \leftrightarrow 4,$

$11 \leftrightarrow 5, \quad 13 \leftrightarrow 6, \quad 17 \leftrightarrow 7$

M کے ہر رکن کے مطابق N میں ایک اور صرف ایک رکن موجود ہے ۔
اس طرح N کے ہر رکن کے مطابق M میں ایک اور صرف ایک رکن موجود ہے ۔
M اور N میں ایک ایک مطابقت موجود ہے ۔ لہٰذا M اور N مترادف سیٹ ہیں ۔

(ii) غیر مترادف سیٹ

اگر دو سیٹوں کے درمیان ایک سے ایک کی مطابقت قائم نہ کی جاسکے تو ایسے دو سیٹ غیر مترادف سیٹ کہلاتے ہیں ۔

مثال 2

$G = \{4, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16\}$

$\updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow \ \updownarrow$

$H = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

تو کیا G اور H مترادف سیٹ ہیں ۔

حل یہاں G کے ارکان 15 اور 16 کے مطابق H کا کوئی رکن موجود نہیں ۔ لہذا G اور H مترادف سیٹ نہیں ہیں یعنی G اور H غیر مترادف سیٹ ہیں

مشق 1.3

ہر سوال میں دیے گئے سیٹوں میں " I − I مطابقت" قائم کرنے کے عمل سے بتائیے کہ آیا دو سیٹ مترادف ہیں یا غیر مترادف ؟

1. A = {-1, -2, -3, -4, -5, -6}
   B = {1, 2, 3, 4, 5}

2. C = {-2, -4, -6, -8, -10, -12}
   D = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

3. E = { ن ، س ، ج ، ر ، ی ، م ، ا }

   F = { ن ، ی ، س ، خ }

4. G = {31, 41, 51, 61, 71, 81, 91}
   H = {13, 14, 15, 16, 17}

5. J = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17}
   K = {3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51}

6. A = {a, e, i, o, u}
   B = {1, 2, 3, 4}

7. C = {2, 4, 6, 8, 10, . . . , 20}
   D = {1, 3, 5, . . . , 19}

8. E = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23}
   F = {4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16}

9. G = {1, 2, 3, 4, 5, . . . , 50}
   H = {5, 10, 15, 20, 25, . . . , 250}



1.11 یونیورسل سیٹ

یونیورسل سیٹ سے مُراد ایسا سیٹ ہے جس میں کسی زیرِ غور مسئلہ سے تعلق رکھنے والے تمام سیٹوں کے تمام ارکان شامل ہوں ۔
یونیورسل سیٹ کو عموماً U سے ظاہر کیا جاتا ہے ۔

اس سیٹ کا اِنتخاب ضرورت کے مطابق کیا جاتا ہے ۔ مثلاً عام طور پر اس باب میں اعداد سے متعلق زیرِ غور مسائل میں یونیورسل سیٹ صحیح اعداد کا سیٹ ہوگا ۔ لیکن ایسا بھی ہوسکتا ہے کہ اگر کسی مسئلہ میں ہمارا تعلق صرف سو قدرتی اعداد سے ہو تو

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots, 100\}$$

اگر ہمارا تعلق پہلے بیس قدرتی اعداد سے ہو تو

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots, 20\}$$

لے سکتے ہیں ۔

اگر کسی مسئلے کا تعلق ہمارے سکول کی ساتویں جماعت کے طلبہ سے ہو تو U کے ارکان ہمارے سکول کی ساتویں جماعت کے طلبہ ہوں گے ۔



1.12 سیٹوں کا تقاطع

کوئی سے دو سیٹ A اور B کے تمام مشترک ارکان پر مشتمل سیٹ A اور B کا تقاطع سیٹ کہلاتا ہے اِسے $A \cap B$ سے ظاہر کرتے ہیں ۔

مثال 1 اگر

$$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36\}$$
$$B = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$$

تو $A \cap B$ معلوم کریں ۔

A کے ارکان 4 کے پہلے نو اضعاف ہیں اور

B کے ارکان پہلے سات قدرتی اعداد کے مربع ہیں ۔

A اور B کے ارکان میں سے دو اعداد بتائیے جو 4 کے اضعاف بھی ہوں اور مکمل مربّع بھی ہوں ۔

4, 16, 36 مکمل مربع بھی ہیں اور 4 کے اضعاف بھی ہیں ۔

A اور B کے اُن ارکان کا سیٹ مندرجہ ذیل ہوگا ۔ جو 4 کے اضعاف بھی ہیں اور مکمل مربع بھی ہیں ۔

$$\{4, 16, 36\}$$

یہ اُن تمام ارکان پر مشتمل سیٹ ہے جو A اور B دونوں میں شامل ہیں

A تقاطع B کو علامتی طور پر مندرجہ ذیل طریقے سے لکھیں گے ۔

$$A \cap B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36\} \cap \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$$
$$= \{4, 16, 36\}.$$

مثال 2 اگر

$$M = \{2, 4, 6, 8\}$$
$$N = \{4, 6, 9\}$$

تو $M \cap N$ معلوم کیجیے ۔

حل

$$M = \{2, 4, 6, 8\}$$
$$N = \{4, 6, 9\}$$

$$M \cap N = \{2, 4, 6, 8\} \cap \{4, 6, 9\}$$
$$= \{4, 6\}$$

مثال 3 اگر

$$C = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$$
$$D = \{6, 12, 18, 24\}$$

تو $C \cap D$ اور $D \cap C$ معلوم کیجیے ۔

حل

$$C = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$$
$$D = \{6, 12, 18, 24\}$$

$C \cap D = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\} \cap \{6, 12, 18, 24\}$
$= \{6, 12, 18, 24\}$ -------- (i)

$D \cap C = \{6, 12, 18, 24\} \cap \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$
$= \{6, 12, 18, 24\}$ -------- (ii)

نوٹ (i) اور (ii) کی مدد سے

$$D \cap C = C \cap D$$



1.13 خالی سیٹ

ایسا سیٹ جس میں کوئی رکن نہ ہو خالی سیٹ کہلاتا ہے اور ایسے سیٹ کو ہم علامت ϕ یا { } سے ظاہر کرتے ہیں ۔

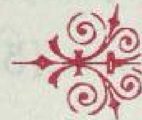
مثال اگر

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$$
$$B = \{4, 6, 8, 9, 10, 12, 14\}$$

تو $A \cap B = \phi$

4 اور 5 کے درمیان قدرتی اعداد کا سیٹ بھی خالی سیٹ ہے

اسی طرح 2- اور 1- کے درمیان صحیح اعداد کا سیٹ بھی خالی سیٹ ہے



1.14 سیٹوں کا یونین

دو سیٹوں کا یونین ایک ایسا سیٹ ہوتا ہے جو دونوں سیٹوں کے تمام ارکان پر مشتمل ہوتا ہے ۔ یونین کو علامت $\cup$ سے ظاہر کیا جاتا ہے ۔ اگر A اور B دو سیٹ ہوں تو اُن کے یونین کو $A \cup B$ سے ظاہر کریں گے اور پڑھیں گے A یونین B

مثال 1

$$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36\}$$
$$B = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$$

تو $A \cup B$ معلوم کریں ۔

حل
$$A \cup B = \{4,8,12,16,20,24,28,32,36\} \cup \{1,4,9,16,25,36,49\}$$
$$A \cup B = \{1, 4, 8, 9, 12, 16, 20, 24, 25, 28, 32, 36, 49\}$$

ان کا یونین ایک سیٹ ہے جسے علامتی طور پر $A \cup B$ لکھا جاتا ہے ۔

مثال 2 اگر

$$K = \{3, 4, 6, 8\}$$
$$L = \{3, 5, 7, 8\}$$

تو $K \cup L$ معلوم کیجیے ۔

حل
$$K \cup L = \{3, 4, 6, 8) \cup \{3, 5, 7, 8\}$$
$$= \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

مثال 3 اگر

$$A = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40\}$$
$$B = \{10, 20, 30, 40\}$$

تو $A \cup B$ معلوم کیجیے ۔

حل
$$A \cup B = \{ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40\} \cup \{10, 20, 30, 40)$$
$$= \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40\}$$

مثال 4 اگر

$$M = \{3, 4, 5\}$$
$$N = \{5, 4, 3\}$$

تو $M \cup N$ اور $N \cup M$ معلوم کیجیے ۔

حل

$$M \cup N = \{3, 4, 5\} \cup \{5, 4, 3\}$$
$$= \{3, 4, 5\}$$
$$N \cup M = \{5, 4, 3\} \cup \{3, 4, 5\}$$
$$= \{3, 4, 5\}$$

ہم دیکھتے ہیں کہ **$M \cup N = N \cup M$**

مشق 1.4

مندرجہ ذیل سیٹوں کا تقاطع اور یونین معلوم کیجیے ۔

1. $A = \{3, 4, 6\}, \quad B = \{4, 6, 8, 10\}$
2. $C = \{0, 1, 2, 3, 4\}, \quad D = \{2, 4, 6, 8\}$
3. $E = \{3, 6, 9, 12\}, \quad F = \{15, 18, 21, 24\}$
4. $G = \{13, 18, 23, 28, 33\}, \quad H = \{43, 48, 53, 55, 44\}$
5. $J = \{\ \}$, K = { ب، ج، د، ک }
6. $M = \{30, 60\ 90, 120), \quad N = \{30, 60, 90\ 120\}$
7. $A = \{17, 19, 23, 29, 31, 37\}, \quad B = \{19, 29, 37\}$
8. A = 3 کے پہلے 8 اضعاف کا سیٹ

   B = 6 کے پہلے 6 اضعاف کا سیٹ
9. C = پہلے 10 مثبت جفت اعداد کا سیٹ

   D = پہلے 10 مثبت طاق اعداد کا سیٹ
10. A = 24 کے عادوں کا سیٹ

    B = 12 کے عادوں کا سیٹ

11. اگر A = پہلے دس مفرد اعداد کا سیٹ

    B = پہلے دس مرکب اعداد کا سیٹ

$C = \{4, 8, 12, 16\}$

ہو تو مندرجہ ذیل معلوم کیجیے ۔

(i) $A \cap B$ (ii) $A \cup B$ (iii) $B \cap C$
(iv) $B \cup C$ (v) $A \cap C$ (vi) $A \cup C$

12. مندرجہ ذیل میں کون سے سیٹ خالی سیٹ ہیں ؟

(i) 6 اور 7 کے درمیان قدرتی اعداد کا سیٹ
(ii) سُورج پر بسنے والے انسانوں کا سیٹ
(iii) 5, 10, 15, 20 اور 25 میں سے 7 پر پورے پورے تقسیم ہونے والے اعداد کا سیٹ
(iv) پہلے پانچ قدرتی اعداد کا سیٹ
(v) 9 اور 20 کے درمیان 3 پر پورے پورے تقسیم ہونے والے قدرتی اعداد کا سیٹ



1.15 سیٹوں کا فرق

اگر A اور B کوئی سے دو سیٹ ہوں تو A−B (A فرق B) ایسا سیٹ ہوتا ہے جو اُن ارکان پر مشتمل ہوتا ہے جو سیٹ A میں ہوں مگر B میں نہ ہوں ۔

مثال اگر

$A = \{2, 4, 6, 8\}.$
$B = \{3, 5, 6, 8\}.$

تو A−B اور B−A معلوم کریں ۔

حل سیٹ [2,4] اُن ارکان پر مشتمل ہے جو سیٹ A میں تو شامل ہیں مگر سیٹ B میں نہیں ۔

$A - B = \{2, 4\}$ .... (i)

اب سیٹ [3,5] ان ارکان پر مشتمل ہے جو سیٹ B میں تو شامل ہیں مگر سیٹ A میں نہیں ۔

پس $B - A = \{3, 5\} \ldots\ldots\ldots (ii)$

مثال 2 اگر

$$C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$
$$D = \{3, 6, 9, 12\}$$

تو $C - D$ اور $D - C$ معلوم کریں ۔

حل

$$C - D = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} - \{3, 6, 9, 12\}$$
$$= \{2, 4, 8, 10\}$$
$$D - C = \{3, 6, 9, 12\} - \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$
$$= \{3, 9\}$$

مثال 3 اگر

A = { ا ، ب ، ج ، د } B = { ا ، ب ، ج ، د }

تو $A - B$ اور $B - A$ معلوم کیجیے ۔

حل

A = { ا ، ب ، ج ، د }

B = { ا ، ب ، ج ، د }

$$A - B = \phi, B - A = \phi$$

مثال 4 اگر

$$M = \{1, 3, 5, 7, 9\}, \; N = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

تو $M - N$ اور $N - M$ معلوم کیجیے ۔

حل

$$M = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$
$$N = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$
$$M - N = \{1, 3, 5, 7, 9\} = M$$

$$N - M = \{2, 4, 6, 8, 10\} = N$$

M اور N میں کوئی رکن مشترک نہیں ۔

1.16 سیٹ کا کمپلیمنٹ

مثال 1

$$U = \{1, 2, 3, \ldots, 10\}$$
$$X = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

اب ہم "U – X" کے ارکان لکھتے ہیں ۔

$$U - X = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

"U – X" کو سیٹ X کا "کمپلیمنٹ سیٹ" کہتے ہیں ۔

X کے کمپلیمنٹ سیٹ کو X' سے ظاہر کیا جاتا ہے ۔

$$X' = U - X = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

X اور X' کا یونین سیٹ یونیورسل سیٹ ہو گا ۔

$$X \cup X' = U$$

مثال 2

$$U = \{-2, -4, -6, -8, -10, -12, -14\}$$
$$A = \{-4, -8, -12\}$$
$$A' = U - A = \{-2, -6, -10, -14)$$
$$A \cup A' = U$$

اگر A کوئی سیٹ ہو تو U – A کو A کا کمپلیمنٹ کہتے ہیں ۔ A کے کمپلیمنٹ کو علامتی طور پر A' لکھتے ہیں ۔ A' سے مراد ایسے ارکان پر مشتمل سیٹ ہے جو U میں ہوں مگر A میں شامل نہ ہوں ۔

مثال 3 اگر

$U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$
$E = \{\ \}$

تو E' معلوم کیجیے ۔ نیز U' معلوم کیجیے ۔

حل

$U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$
$E = \{\ \}$

$U' \quad E' = U - E = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} - \{\ \}$

$= U$

U' سے مراد U میں شامل وہ ارکان ہیں جو U میں شامل نہ ہوں ۔ اِس لیے U' خالی سیٹ ہوگا ۔

$U' = \phi$

لہٰذا U اور ϕ ایک دوسرے کے کمپلیمنٹ سیٹ ہیں ۔

مشق 1.5

مندرجہ ذیل میں $A - B$ اور $B - A$ معلوم کیجیے ۔

نیز یہ بھی بتائیے کہ آیا $A - B = B - A$

1. $A = \{7, 14, 21, 28\}$, $B = \{14, 21, 28\}$
2. A = 16 کے عادوں کا سیٹ, B = 18 کے عادوں کا سیٹ
3. $A = \{10, 13, 16, 19\}$, $B = \{5, 10, 15, 20\}$
4. $A = U$, $B = \phi$

5. A = 8 کے پہلے سات اضعاف کا سیٹ

B = 4 کے پہلے آٹھ اضعاف کا سیٹ

6. A = {1, 3, 5}
B = {2, 4, 6}

7. A = ہفتے کے دنوں کے ناموں کا سیٹ, B = {8, 12, 16, 20}

8. A = {1, 4, 9, 16, 25, 36}, B = {1, 8, 27, 64, 125}

اگر U اور A مندرجہ ذیل سیٹ ہوں تو Á معلوم کیجیے ۔

9. U = {1, 2, 3, ... , 10}, A = {2, 4, 6, 8, 10}

10. U = {2, 4, 6, 8, 10, . . . , 20}, A = {4, 8, 12, 16, 20}

11. U = پہلے پچاس قدرتی اعداد کا سیٹ

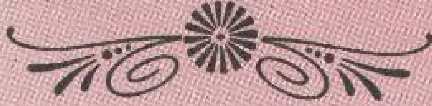
A = پہلے پندرہ مثبت جفت اعداد کا سیٹ

12. U = قدرتی اعداد کا سیٹ = A ، مکمل اعداد کا سیٹ

13. کوئی سا یونیورسل سیٹ اور کوئی سا سیٹ A لے کر (جبکہ A کے ارکان یونیورسل سیٹ میں سے لیے جائیں گے) ثابت کیجیے کہ A اور Á کا تقاطع خالی سیٹ ہوگا جبکہ ان کا یونین یونیورسل سیٹ ہوگا ۔

14. (i) U کا کمپلیمنٹ سیٹ کیا ہوگا جبکہ U سے مُراد یونیورسل سیٹ ہے ۔
(ii) اگر A = ϕ تو Á کیا ہوگا ۔

2 کسور



آپ گزشتہ جماعتوں میں کسور کے بارے میں پڑھ چکے ہیں اس کا اعادہ مندرجہ ذیل مشق کی مدد سے کرتے ہیں۔

مشق 2.1

مختصر کیجیے۔

1. $\frac{3}{8} - \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{8} \right)$

2. $(9.2 - 7.3) - \{2.7 - 1.3)$

3. $\left(12\frac{2}{7} - \overline{3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}} \right)$

4. $2\frac{1}{2} + \left(2\frac{1}{2} - \overline{\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}} \right)$

5. $\left(5\frac{3}{4} - \overline{4\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}} \right) + 3\frac{1}{4}$

6. $7 + \frac{1}{3} \times \left\{ \frac{3}{5} \div \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4} \right) \right\}$

7. $2\frac{1}{2} \times \left\{ 4\frac{1}{4} + 2\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} \div \frac{5}{12} \times 1\frac{1}{3} \right) \right\}$

8. $2\frac{3}{4} \div \left\{ 5\frac{5}{8} - \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \right\}$

9. $.7 + (.8 - .2)$

10. $4.6 - (1.7 + 1.2)$

11. $3.21 - 2.1\,(4.2 - 4.1)$

12. $8.6 + 2.8 - (3.6 - 2.8)$

13. $7.98 - 5\,\{1.81 - (6.21 - 5.03)\}$

14. $3.008 - [.69 \div \{.145 + (.6 - .4)\}]$

15. $3.5 + 2.7 - (6.3 - \overline{4.8 + 1.3})$

16. $7.23 - \{6.33 - (3.21 - \overline{2.46 - 1.04})\}$

17. $8.34 - 2\,\{1.41 - 3(4.42 - \overline{5.61 - 1.23})\}$

18. $\{5.32 - (6.44 - 4.38)\} - (2.68 - 1.43 - 0.68)$

19. $\left(\frac{3}{5} \div \frac{8}{9} \right) + \frac{5}{7} \div \left(\frac{5}{6} + 7\frac{1}{2} \right)$

20. $\left(4\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} \right) \times \left(3\frac{1}{2} - \frac{3}{8} \right) \div \left(13\frac{1}{3} + 7\frac{1}{2} \right) \times \left(3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{9} \right)$



2.1 کسور کے متعلق عبارتی سوالات

مثال 1 ثاقب کے پاس 1880 روپے تھے ۔ اس نے اس رقم کا $\frac{3}{5}$ حصہ اپنے چھوٹے بھائی کاشف کو دیا ۔ ثاقب کے پاس جو رقم بچی ۔ اس رقم کا $\frac{3}{4}$ حصہ اپنی بہن ثمینہ کو دیا ۔ بتایئے اب ثاقب کے پاس کتنی رقم ہے ؟

حل

ثاقب کے پاس کل رقم = 1880 روپے

کاشف کو جتنی رقم ملی $= 1880 \times \frac{3}{5}$

= 1128 روپے

باقی رقم = 1880 - 1128

= 752 روپے

ثمینہ کو جتنی رقم ملی $= 752 \times \frac{3}{4}$

= 564 روپے

ثاقب کے پاس بقایا رقم = 752 - 564

= 188 روپے

مثال 2 ایک انتخاب میں کُل ووٹروں کی تعداد کے $\frac{7}{8}$ حصے نے ووٹ ڈالے ۔ ایک اُمیدوار نے دوسرے اُمیدوار کے حاصل کردہ ووٹوں کا $\frac{1}{4}$ حصہ زیادہ ووٹ لیے اور اس طرح اُسے 896 ووٹوں سے شکست دی ۔ اِس حلقے میں کل ووٹروں کی تعداد کیا تھی ؟

حل

دوسرے امیدوار کے حاصل کردہ ووٹوں کا $\frac{1}{4}$ = 896

دوسرے امیدوار کے حاصل کردہ ووٹ $= 896 \times 4$

$= 3584$

پہلے امیدوار کے حاصل کردہ ووٹ $= 896 + 3584$

$= 4480$

دونوں امیدواروں نے جتنے ووٹ حاصل کیے $= 4480 + 3584$

$= 8064$

کل ووٹروں کی تعداد $= 8064 \times \frac{8}{7}$

$= 1152 \times 8$

$= 9216$

مثال 3 ایک شہر کی آبادی 3 لاکھ افراد پر مشتمل ہے۔ اگر ان میں سے مدرسے میں جانے والے بچوں کی تعداد کل آبادی کا 20. ہو اور مختلف پیشوں میں کام کاج کرنے والے لوگوں کی آبادی کل آبادی کا 30. ہو تو بتائیں کہ بقایا آبادی کتنی ہوگی ؟

حل

کل آبادی $= 300000$

مدرسےمجانے والے بچوں کی تعداد $= 300000 \times .20$

$= 60000$

مختلف پیشوں میں کام کرنے والے لوگوں کی تعداد $= 300000 \times .30$

$= 90000$

مدسے جانے والے بچوں اور لوگوں کی تعداد $= 60000 + 90000$

$= 150000$

باقی آبادی $= 300000 - 150000$

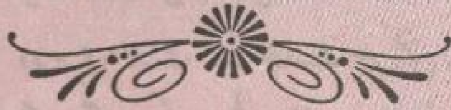
$= 150000$

مشق 2.2

1. ایک بچے کا قد اپنے باپ کے قد کا $\frac{3}{5}$ حصہ ہے ۔ اگر باپ کا قد 2 میٹر ہو تو بچّے کا قد معلوم کیجیے ۔
2. ایک عمارت کی چوڑائی 108 میٹر ہے ۔ دُوسری کی چوڑائی اس کا $\frac{5}{6}$ حصہ ہے ۔ بتائیے پہلی عمارت دوسری عمارت کے مقابلے میں کتنی زیادہ چوڑی ہے؟
3. ایک کھمبے کے $\frac{1}{10}$ حصّے پر سُرخ رنگ کیا گیا ہے ۔ باقی کے $\frac{2}{3}$ حصے پر سفید اور باقی پر کالا رنگ کیا گیا ہے ۔ سیاہ رنگ کھمبے کی کل لمبائی کا کونسا حصہ ہے ؟
4. ایک شخص نے ایک کام 3 دن میں مکمل کیا ۔ اگر پہلے دن اس نے کام کا $\frac{1}{5}$ حصہ اور دوسرے دن باقی کام کا $\frac{5}{8}$ حصہ کیا ہو تو بتائیے اس نے تیسرے دن کام کا کونسا حصہ کیا ؟
5. ایک کار کی قیمت ایک سال میں $\frac{1}{4}$ حصہ کم ہو جاتی ہے اور دوسرے سال میں سال کے شروع میں جو قیمت تھی اس کا $\frac{1}{6}$ حصہ کم ہو جاتی ہے ۔ اگر دوسرے سال کے آخر میں اس کی قیمت 14000 روپے ہو تو اس کی پہلے سال کے شروع میں کیا قیمت تھی ؟
6. ایک آدمی اپنی تنخواہ کا $\frac{1}{10}$ حصہ کرائے میں دے دیتا ہے اور باقی کا $\frac{2}{3}$ دوسرے اخراجات میں خرچ ہو جاتا ہے اور اس کے پاس 135 روپے بچ جاتے ہیں ۔ بتائیے اس کی کل تنخواہ کتنی ہے ۔
7. ایک کتاب 160 صفحات پر مشتمل ہے اگر ایک طالب علم نے پہلے دن اس کا 3. حصہ پڑھا اور دوسرے دن باقی کا 5. حصہ پڑھا ہو تو بتائیں کہ کتنے صفحات باقی رہ گئے ؟
8. ایک شخص کے پاس 60000 روپے بنک میں جمع ہیں ۔ اُس نے اِن روپوں کا 5. حصہ اپنی بیٹی کو دیا اور 0.1 حصہ دو لڑکوں کو دے دیا ۔ بتائیں اس نے لڑکوں کو کل کتنی رقم دی اور اس کے پاس کل کتنی رقم بچ گئی ؟

3

جذرُ المربع



سامنے ایک مربعی علاقے کی شکل ہے جس کے ہر ضلع کی مقدار 5 سینٹی میٹر ہے ۔ ہم جانتے ہیں کہ

ضلع کی مقدار × ضلع کی مقدار = مربّعی علاقہ کا رقبہ

ضلع کی مقدار کا مربّع =

اس لیے سامنے دیے گئے

مربّعی علاقہ کا رقبہ $= 5^2$

$= 5 \times 5$

$= 25$ (مربّع سینٹی میٹر)

اب اگر ہم سے کوئی یہ پوچھے کہ 25 مربّع سینٹی میٹر رقبے والے مربّعی علاقے کے ایک ضلع کی مقدار کتنے سینٹی میٹر ہوگی تو ہم آسانی سے بتا سکتے ہیں کہ اس کے ایک ضلع کی مقدار 5 سینٹی میٹر ہوگی ۔ یعنی ہم نے ایک ایسا عدد معلوم کیا جس کو اگر اسی عدد سے ضرب دیں تو حاصل ضرب 25 آتا ہے اور وہ عدد 5 ہے ۔ یہی عدد 5 عدد 25 کا **جذرالمربّع** کہلاتا ہے ۔ اس طرح 25 کو 5 کا مربّع اور 5 کو 25 کا **جذرالمربع** کہتے ہیں ۔ جذرالمربّع کو مختصراً ہم جذر کہیں گے ۔

اب ایک اور مثال لیتے ہیں

مثلاً

$8^2 = 8 \times 8$

$= 64$

عدد 64 عدد 8 کا مُربّع ہے ۔ عدد 8 عدد 64 کا جذر ہے ۔ اسی طرح جذر کے ضمن میں 64 کو مجذور اور 8 کو اس کا جذر کہیں گے ۔

اِسی طرح $7^2 = 7 \times 7$

$= 49$

49 مجذور اور 7 اُس کا جذر ہے ۔

جذر کی علامت : کسی عدد کے جذر کو ظاہر کرنے کے لیے علامت $\sqrt{}$ استعمال کی جاتی ہے ۔

مثلاً

(i) $\sqrt{25} = \sqrt{5 \times 5} = \sqrt{5^2} = 5$

(ii) $\sqrt{49} = \sqrt{7 \times 7} = \sqrt{7^2} = 7$

(iii) $\sqrt{100} = \sqrt{10 \times 10} = \sqrt{10^2} = 10$

اِس لیے کسی دیے ہُوئے عدد کا جذر معلوم کرنے کا مطلب یہ ہُوا کہ ایسا عدد معلوم کیا جائے ۔ جس کا مربّع دیے ہُوئے عدد کے برابر ہو ۔

3.1 جذر معلوم کرنا



جذر دو طریقوں سے معلوم کیا جاسکتا ہے ۔

(i) جذر بذریعہ تجزیٰ (ii) جذر بذریعہ تقسیم

چونکہ مفرد تجزیٰ بنانا اِس سے پہلی جماعتوں میں ہم سیکھ چکے ہیں ۔ اِس لیے اس جماعت میں ہم جذر بذریعہ مفرد تجزیٰ سیکھیں گے ۔ اِس کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی گئی ہے ۔

مثال 1 324 کا جذر معلوم کیجیے ۔

حل 324 کی مفرد تجزیٰ :

$324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
	3

$$\sqrt{324} = \sqrt{(2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3)}$$

$$= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 3^2}$$

$$= 2 \times 3 \times 3$$

$$= 18$$

یاد رکھیے ۔ $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

(جبکہ a اور b مثبت اعداد ہوں)

مثال 2 1764 کا جذر معلوم کیجیے ۔

حل 1764 کی مُفرد تجزیی :

$$1764 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7$$

2	1764
2	882
3	441
3	147
7	49
	7

$$\sqrt{1764} = \sqrt{(2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (7 \times 7)}$$

$$= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 7^2}$$

$$= 2 \times 3 \times 7$$

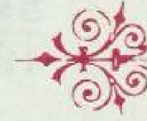
$$= 42$$

مشق 3.1

مندرجہ ذیل اعداد کا جذر معلوم کیجیے ۔

1. 36
2. 64
3. 81
4. 144
5. 225
6. 196
7. 256
8. 400

9.	441	10.	484	11.	576	12.	625
13.	729	14.	784	15.	1024	16.	900
17.	1225	18.	1296	19.	1600	20.	1936
21.	2304	22.	3025	23.	4096	24.	4356



3.2 کسُور کا جذر

کسی کسرِ عام کا جذر = دی ہُوئی کسر کے شمار کنندہ کا جذر / دی ہُوئی کسر کے نسب نما/ مخرج کا جذر

اگر کسر مخلوط ہو تو پہلے اُسے غیر واجب کسر بنا لیا جاتا ہے اور اگر کسر اعشاریہ ہو تو پہلے کسر عام میں تبدیل کر لیا جاتا ہے ۔

مثال 1 $\frac{25}{16}$ کا جذر معلوم کیجیے ۔

حل شمار کنندہ اور نسب نما کا الگ الگ جذر معلوم کرنا ہوگا ۔

5	25
	5

2	16
2	8
2	4
	2

$$\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{5 \times 5}}{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2}}$$

$$= \frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{2^2 \times 2^2}} = \frac{5}{2 \times 2}$$

$$= \frac{5}{4}$$

مثال 2 $5\frac{11}{49}$ کا جذر معلوم کیجیے ۔

حل

2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

7	49
	7

$$\sqrt{5\frac{11}{49}}=\sqrt{\frac{256}{49}}=\frac{\sqrt{256}}{\sqrt{49}}$$

$$=\frac{\sqrt{(2\times2)\times(2\times2)\times(2\times2)\times(2\times2)}}{\sqrt{7\times7}}$$

$$=\frac{\sqrt{2^2\times2^2\times2^2\times2^2}}{\sqrt{7^2}}$$

$$=\frac{2\times2\times2\times2}{7}$$

$$=\frac{16}{7}=2\frac{2}{7}$$

مثال 3 56.25 کا جذر معلوم کیجیے۔

حل $56.25=\frac{5625}{100}$ (کسر اعشاریہ کو کسر عام میں تبدیل کیا)

3	5625
3	1875
5	625
5	125
5	25
	5

2	100
2	50
5	25
	5

اس لیے

$$\sqrt{56.25}$$

$$=\sqrt{\frac{5625}{100}}$$

$$=\frac{\sqrt{(3\times3)\times(5\times5)\times(5\times5)}}{\sqrt{(2\times2)\times(5\times5)}}$$

$$=\frac{\sqrt{3^2\times5^2\times5^2}}{\sqrt{2^2\times5^2}}$$

$$=\frac{3\times5\times5}{2\times5}=\frac{75}{10}=7.5$$

مشق 3.2

جذر معلوم کیجیے ۔

1. $\frac{16}{25}$ 2. $\frac{36}{49}$ 3. $\frac{49}{81}$ 4. $\frac{225}{256}$

5. $\frac{25}{36}$ 6. $\frac{9}{49}$ 7. $\frac{4}{25}$ 8. $\frac{324}{625}$

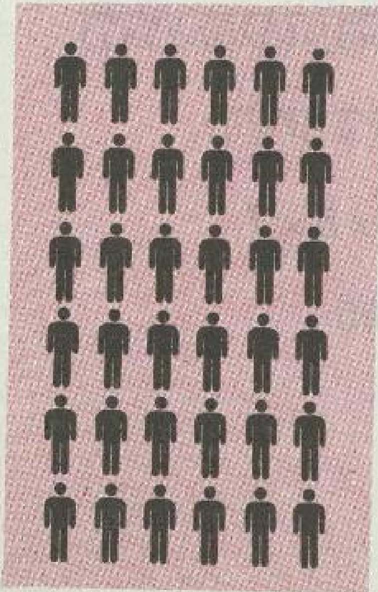
9. $5\frac{1}{16}$ 10. $12\frac{1}{4}$ 11. $18\frac{7}{9}$ 12. $4\frac{29}{49}$

13. $70\frac{14}{25}$ 14. $12\frac{37}{49}$ 15. $34\frac{1}{36}$ 16. 6.25

17. 30.25 18. 20.25 19. 7.29 20. 12.96

3.3 جذر کے متعلق عبارتی سوالات

مثال 1 ایک جماعت میں 36 طالب علم ہیں ۔ تعلیم جسمانی کے معلّم انھیں اس طرح کھڑا کرتے ہیں کہ ہر قطار میں اتنے ہی طالب علم ہیں جتنی قطاروں کی تعداد ہے۔بتائیے ہر قطار میں کتنے طلبا کھڑے کیے گئے ہیں ؟



حل سامنے 36 طلبا کو اس طرح دکھایا گیا ہے کہ ہر قطار میں 6 طالب علم اور قطاریں بھی 6 ہیں ۔

$6 \times 6 = 36$ = طلبا کی تعداد بنتی ہے ۔ یعنی اگر 36 طلبا ہوں گے اور اِن کو 6 قطاروں میں کھڑا

کریں گے تو ہر قطار میں طالب علم بھی 6 ہی ہوں گے اور آپ جانتے ہیں کہ 36 کا جذر 6 ہی ہوتا ہے ۔

$$\sqrt{36} = \sqrt{6 \times 6} = \sqrt{6^2} = 6$$

نوٹ چونکہ ایک قطار میں طلبا کی تعداد × قطاروں کی تعداد = کل طلبا کی تعداد

اور ایک قطار میں طلبا کی تعداد = قطاروں کی تعداد

اس لیے ایک قطار میں طلبا کی تعداد طلبا کی کل تعداد کا جذر ہوگی

پس ہر قطار میں طلبا کی تعداد = 6

مثال 2 ایک باغ میں آموں کے 11025 درخت سیدھی قطاروں میں لگے ہُوئے ہیں ۔ اگر ہر قطار میں اتنے ہی درخت ہوں جتنی قطاریں ہیں تو ہر قطار میں درختوں کی تعداد بتائیے ۔

حل چونکہ ہر قطار میں درختوں کی تعداد × قطاروں کی تعداد = درختوں کی کل تعداد

اور ہر قطار میں درختوں کی تعداد = قطاروں کی تعداد

اس لیے ہر قطار میں درختوں کی تعداد ، درختوں کی کل تعداد کا جذر ہوگی

کُل درخت = 11025

ہر قطار میں درختوں کی تعداد = $\sqrt{11025}$

3	11025
3	3675
5	1225
5	245
7	49
	7

$$= \sqrt{(3\times3)\times(5\times5)\times(7\times7)}$$

$$= \sqrt{3^2 \times 5^2 \times 7^2}$$

$$= 3 \times 5 \times 7$$

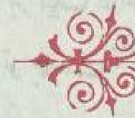
$$= 105$$

مشق 3.3

1. ایک مربعی علاقے کا رقبہ 44100 مربع میٹر ہے ۔ اُس کے ضلع کی مقدار معلوم کیجیے ۔
2. ایک مربعی علاقے کا رقبہ 7744 مربع کلومیٹر ہے ۔ اُس کے ضلع کی مقدار معلوم کیجیے ۔
3. ایک سکول میں 1936 طلبا پڑھتے ہیں ۔ انھیں قطاروں میں اس طرح کھڑا کیا گیا کہ ہر قطار میں اُتنے ہی طالب علم ہیں جتنی قطاریں ہیں ۔ بتایئے ہر قطار میں کتنے طلبا کھڑے ہیں ؟
4. جماعت ہفتم کے طلبا نے مینارِ پاکستان دیکھنے کا پروگرام بنایا ۔ ہر ایک طالب علم نے اتنے ہی روپے دیے جتنی طلبا کی تعداد ۔ اگر کُل رقم 784 روپے جمع ہُوئی ہو تو جماعت ہفتم کے طلبہ کی تعداد معلوم کیجیے ۔
5. ایک جرنیل 5929 جوانوں کو اِس طرح کھڑا کرنا چاہتا ہے کہ ہر قطار میں اتنے ہی جوان ہوں جتنی کہ قطاروں کی تعداد ہے ۔ بتایئے ہر قطار میں کتنے جوان ہوں گے ۔
6. ایک مربعی علاقہ میں باغ لگایا گیا ہے ۔ علاقہ کا رقبہ 32400 مربع میٹر ہے ۔ بتایئے ایک مالی کو اس کے گرد ایک چکر لگانے کے لیے کتنا فاصلہ طے کرنا پڑے گا ۔
7. ایک مربعی علاقہ کا رقبہ اس مستطیل کے رقبے کے برابر ہے جس کا طول 25 میٹر اور عرض 16 میٹر ہے مربع کے ضلع کی مقدار معلوم کیجیے ۔
8. ایک مربع کھیت کا رقبہ 4900 مربع میٹر ہے ۔ اس کے گرد باڑ لگوانے کا خرچ 0.75 روپے فی میٹر کے حساب سے معلوم کیجیے ۔

4 نسبت و تناسب



 4.1 نِسبت

چھٹی جماعت میں ہم پڑھ چکے ہیں کہ ایک جیسی چیزوں یا مقداروں کا مقابلہ ہم دو طرح سے کرتے ہیں ۔ مقابلہ بذریعہ تفریق اور مقابلہ بذریعہ تقسیم ، مقابلہ بذریعہ تقسیم کو نسبت قائم کرنا بھی کہتے ہیں ۔ نسبت ظاہر کرنے کے لیے علامت " : " استعمال کی جاتی ہے ۔

نسبت دو ایک جیسی چیزوں یا مقداروں کا تعلق ہے جس سے یہ ظاہر ہو کہ ایک چیز کی مقدار دُوسری کا کتنے گُنا ہے یا اس کا کون سا حِصّہ ہے ؟

(i) نسبت کے دو ارکان ہوتے ہیں ۔ 5 : 7 میں پہلا رکن 5 ہے اور دُوسرا رُکن 7 ہے ۔ 5 : 7 اور 7 : 5 دو مختلف نسبتیں ہیں ۔ اس لیے کہ نسبت کے ارکان کی ترتیب نہایت اہم ہے ۔

(ii) کسی نسبت کے پہلے اور دوسرے رکن کو ایک ہی عدد سے ضرب دینے یا تقسیم کرنے کی صورت میں نسبت میں فرق نہیں پڑتا ۔

مثلاً

$$12 : 16 = \frac{12}{4} : \frac{16}{4} = 3 : 4$$

$$2 : 5 = 2 \times 3 : 5 \times 3 = 6 : 15$$

مثال بشیر کے پاس 25 روپے اور ریاض کے پاس 75 روپے ہیں ۔ ان کی رقموں میں نسبت بتائیے ۔

حل

بشیر کے پاس رقم = 25 روپے

ریاض کے پاس رقم = 75 روپے

بشیر کی رقم : ریاض کی رقم

75 : 25

یا

3 : 1

پس بشیر اور ریاض کی رقموں میں 1 اور 3 کی نسبت ہے ۔



4.2 تناسب

ہم ایک جیسی دو نسبتوں کی برابری کو تناسب کہتے ہیں ۔ مثلاً

$$2 : 3 = 4 : 6$$

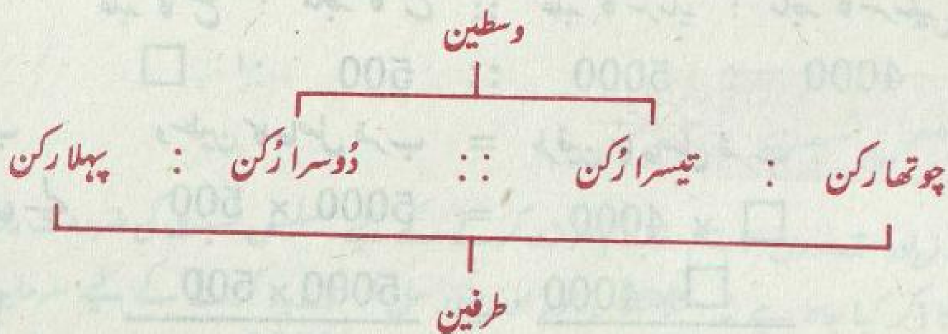
یا

$$2 : 3 :: 4 : 6$$

اور پڑھتے ہیں 2 نسبت 3 تناسب 4 نسبت 6

چھٹی جماعت میں ہم پڑھ چکے ہیں کہ تناسب کی چار مقداروں کو تناسب کے ارکان کہتے ہیں

مثلاً $2 : 3 :: 4 : 6$ میں 2, 3, 4, 6 تناسب کے ارکان ہیں اور ان کی ترتیب اس طرح سے ہے ۔



پہلے اور چوتھے رُکن کو طرفین، دوسرے اور تیسرے رکن کو وسطین کہتے ہیں ۔

اور　　طرفین کا حاصل ضرب　=　وسطین کا حاصل ضرب

مثلاً　$2 : 3 :: 4 : 6$ میں

$$3 \times 4 = 2 \times 6$$

$$12 = 12$$

4.3 تناسب راست 

مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کیجیے۔

(i) ایک طالب علم دو پنسلیں خریدتا ہے اور دُوسرا طالب علم چار پنسلیں خریدتا ہے تو ایسی صُورت میں دوسرے طالب علم کو دُگنی قیمت ادا کرنا پڑے گی۔

(ii) ایک واٹر پمپ 6 گھنٹے چلتا ہے اور پانی کی کچھ مقدار خارج کرتا ہے۔ اگر یہ پمپ صرف 2 گھنٹے چلے تو پانی کی پہلی مقدار کا صرف ایک تہائی پانی خارج کرے گا۔

ان دونوں مثالوں سے یہ واضح ہوتا ہے کہ

> اگر ایک مقدار بڑھتی یا کم ہوتی ہے تو دوسری مقدار بھی اسی نسبت سے بڑھتی یا کم ہوتی ہے۔ مقداروں کے درمیان اس قِسم کے تعلق کو تناسب راست کہتے ہیں۔

مثال 2　ماجد اور عابد نے ایک کاروبار میں بالترتیب 4000 روپے اور 5000 روپے لگائے اگر ماجد کو 500 روپے نفع حاصل ہُوا ہو تو عابد کا نفع معلوم کیجیے۔

حل

ماجد کا سرمایہ : عابد کا سرمایہ :: ماجد کا نفع : عابد کا نفع

$4000 : 5000 :: 500 : \square$

اب　وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

اِس لیے　$5000 \times 500 = \square \times 4000$

یا　$\dfrac{5000 \times 500}{4000} = \dfrac{\square \times 4000}{4000}$

یا $\square = 625$

پس عابد کا نفع $=$ 625 روپے

مشق 4.1

مندرجہ ذیل نسبتوں کو مختصر کیجیے۔

1. $90 : 135$ 2. $7\frac{1}{3} : 8\frac{2}{3}$ 3. $2\frac{2}{7} : 2\frac{2}{3}$

4. اشرف کی ماہوار آمدنی 6000 روپے اور ماہوار خرچ 5500 روپے ہے۔ اس کی آمدنی اور خرچ میں کیا نسبت ہے؟
5. ایک معمار 3 گھنٹوں میں 270 اینٹیں لگاتا ہے۔ بتایے وہ 8 گھنٹوں میں کِتنی اینٹیں لگائے گا؟
6. ایک شخص 100 روپے پر 2.50 روپے زکوٰۃ ادا کرتا ہے۔ بتایے 6500 روپے پر کِتنی زکوٰۃ ادا کرے گا؟
7. ایک نقشہ پر 5 سینٹی میٹر کا فاصلہ 60 کلومیٹر کو ظاہر کرتا ہے۔ بتائیے 156 کلومیٹر لمبی سیدھی سڑک کو نقشہ میں کتنے لمبے قطعۂ خط سے ظاہر کریں گے۔
8. نذیر نے 75 نمبروں کے پرچے میں 39 نمبر حاصل کیے۔ اُس نے 100 نمبروں میں سے کتنے نمبر حاصل کیے؟
9. کسی جائیداد کے $\frac{1}{3}$ حصّہ کی قیمت 16000 روپے ہے۔ بتایے اس کے $\frac{2}{5}$ حصہ کی کیا قیمت ہوگی؟
10. 960 روپے میں 240 کلوگرام گندم خریدی جاسکتی ہے۔ بتایے 1224 روپے میں کتنی گندم خریدی جاسکے گی؟

4.4 مسلسل نسبت

دو سے زیادہ مقداروں کا باہم مقابلہ یا موازنہ کرنے کے لیے مسلسل نسبت کی ضرورت پڑتی ہے۔ یہاں اسی نسبت کا ذکر کیا جاتا ہے۔ مثلاً ظفر، انور اور منوّر مل کر کاروبار کرنے کے لیے سرمایہ لگاتے ہیں ظفر اور انور کے سرمایوں میں نسبت $3 : 2$ ہے اور انور اور منوّر کے سرمایوں میں نسبت $5 : 3$ ہے۔ بتایے

ظفر اور منوّر کے سرمایوں میں کیا نسبت ہوگی ؟

ظفر ، انور اور منوّر کے سرمایوں میں نسبت مندرجہ ذیل ہے ۔

ظفر کا سرمایہ : انور کا سرمایہ , انور کا سرمایہ : منوّر کا سرمایہ

5 : 3 , 3 : 2

ظفر کا سرمایہ : انور کا سرمایہ : منوّر کا سرمایہ

3 : 2

5 : 3

اُوپر دیے گئے نتیجے کو ہم مختصراً یوں بھی لِکھ سکتے ہیں ۔

ظفر کا سرمایہ : انور کا سرمایہ : منوّر کا سرمایہ

5 : 3 : 2

اب ہم آسانی سے دیکھ سکتے ہیں کہ ظفر اور منوّر کے سرمایوں میں 5 : 2 ہے ۔ اس طرح لِکھنا نہ صرف مختصر ہے بلکہ اس کی مدد سے ظفر ، انور اور منوّر میں سے کوئی سے دو آدمیوں کے سرمایوں میں نسبت باآسانی معلوم کی جاسکتی ہے ۔

مثال 1 مسعُود ، قمر اور رستم کے وزنوں میں 10 : 5 : 8 کی نسبت ہے ۔ بتایے رستم اور مسعُود کے وزنوں میں کیا نسبت ہے ؟

حل مسعُود ، قمر اور رستم کے وزنوں میں نسبت مندرجہ ذیل ہے ۔

مسعود کا وزن : قمر کا وزن : رستم کا وزن

10 : 5 : 8

پس رستم اور مسعُود کے وزنوں میں نسبت

مسعود کا وزن	:	رستم کا وزن
10	:	8
یا 5	:	4

نوٹ نسبت تناسب کے سوالات حل کرتے وقت ارکان کی ترتیب کو مدنظر رکھنا بہت ضروری ہے ۔

مثال 2 منیر اور حمید کی عُمروں میں نسبت 7 : 2 ہے ۔ جبکہ حمید اور بشیر کی عُمروں میں نسبت 5 : 7 ہے ۔ منیر ، حمید اور بشیر کی عُمروں میں مسلسل نسبت معلوم کیجیے ۔

حل منیر ، حمید اور بشیر کی عمروں میں نسبت کو اس طرح لِکھا جاسکتا ہے ۔

منیر کی عُمر	:	حمید کی عُمر	:	بشیر کی عُمر
2	:	7		
		7	:	5
یا 2	:	7	:	5

ہم دیکھتے سکتے ہیں کہ 7 : 2 = حمید کی عُمر : منیر کی عُمر

اور 5 : 7 = بشیر کی عُمر : حمید کی عُمر

حمید کی عمر کو ظاہر کرنے والا رکن ہر صورت میں 7 ہے ۔ یعنی یہ ایک مشترک رکن ہے ۔ اس طرح سے ہمیں مسلسل نسبت بنانے میں کوئی دقت پیش نہیں آتی ۔ آئیے اب ایک ایسی مثال حل کرتے ہیں جس میں کوئی رکن بھی مشترک نہیں ۔

مثال 3 کوثر اور کشور کی عمروں میں 3 : 2 کی نسبت ہے ۔ جبکہ کشور اور نرگس کی عُمروں میں 5 : 4 کی نسبت ہے ۔ کوثر ، کشور اور نرگس کی عُمروں میں مسلسل نسبت معلوم کیجیے ۔

حل کوثر ، کشور اور نرگس کی عُموں میں نسبت کو یوں لکھا جاسکتا ہے ۔

نرگس کی عُمر : کشور کی عُمر : کوثر کی عمر

2 : 3

4 : 5

وضاحت:مثال (2) میں ہم نے دیکھا کہ اگر ایک رکن مشترک ہو تو مسلسل نسبت معلوم کرنا آسان ہو جاتا ہے ۔ اِس مثال میں کشور کی عُمر مشترک ہے ۔ یہ پہلی نسبت میں 3 اور دوسری نسبت میں 4 ہے ۔ ہم ایک ایسے چھوٹے سے چھوٹے عدد کو تلاش کرتے ہیں ۔ جسے 3 اور 4 کی جگہ مشترک رکن مان لیا جائے اور وہ 3 اور 4 کا ذواضعاف اقل 12 ہے ۔ پس مسلسل نسبت میں کشور کی عُمر 12 لے لیتے ہیں اور اس کے مطابق کوثر اور نرگس کی مترادف عُمریں کسروں کے اصول سے معلوم کر لیتے ہیں ۔ چنانچہ اس مثال کا حل یُوں ہوگا ۔

نرگس کی عُمر : کشور کی عُمر : کوثر کی عُمر

$2 \times 4 \;:\; 3 \times 4$

$\qquad\quad 4 \times 3 \;:\; 5 \times 3$

$8 : 12 : 15$

(i) پہلی نسبت میں 3 کو 4 سے ضرب دے کر 12 حاصل کیا گیا ہے ۔ اس لیے 2 کو بھی 4 سے ضرب دی گئی ہے ۔

(ii) دوسری نسبت میں 4 کو 3 سے ضرب دے کر 12 حاصل کیا گیا ہے ۔ اس لیے 5 کو بھی 3 سے ضرب دی گئی ہے ۔

اس عمل کو مختصر طور پر یوں بھی لکھا جاسکتا ہے ۔

نرگس کی عُمر کشور کی عُمر کوثر کی عُمر

2 : 3

4 : 5

8 : 12 : 15

مثال 4 a : b : c معلوم کیجیے جبکہ

$a : b = 3 : 5 \qquad a : c = 2 : 7$

حل

a	:	b	:	c
3	:	5		
2			:	7

یا

b	:	a	:	c
5	:	3		
		2	:	7
5 × 2	:	3 × 2	:	7 × 3
10	:	6	:	21

یا

$$a : b : c$$
$$= 6 : 10 : 21$$

نوٹ چونکہ a دونوں نسبتوں میں مشترک رکن ہے اس لیے a کو درمیان میں لکھا گیا ہے۔

مشق 4.2

a : b : c معلوم کیجیے۔

1. $a : b = 2 : 5$, $b : c = 5 : 3$
2. $a : b = 3 : 7$, $b : c = 7 : 2$
3. $a : c = 2 : 5$, $b : c = 4 : 5$
4. $a : b = 2 : 3$, $a : c = 2 : 5$
5. $a : b = 3 : 2$, $b : c = 3 : 4$
6. $a : b = 2 : 3$, $b : c = 6 : 5$
7. $b : c = 3 : 5$, $a : b = 5 : 2$
8. $a : c = 3 : 4$, $a : b = 5 : 3$
9. $b : c = 4 : 3$, $a : c = 6 : 5$
10. $a : b = 7 : 2$, $c : b = 4 : 3$

11. عارف ، ظہور اور سعید کی عُمروں میں مسلسل نسبت معلوم کیجیے جبکہ عارف اور ظہور کی عُمروں میں نسبت 3:4 ہے اور عارف اور سعید کی عُمروں میں نسبت 5:7 ہے ۔

12. اسلم ، طلعت اور مظہر نے مل کر کاروبار شروع کیا ۔ اُن کے سرمایوں میں مسلسل نسبت معلوم کیجیے جبکہ اسلم اور طلعت کے سرمایوں میں نسبت 1:3 ہے اور طلعت ، مظہر کے سرمایوں میں نسبت 2:5 ہے ۔

13. انور ، اختر ، حمید کے وزنوں میں مسلسل نسبت معلوم کیجیے جبکہ انور ، اختر کے وزنوں میں نسبت 3:4 ہے ، حمید اور اختر کے وزنوں میں نسبت 2:5 ہے ۔

14. اُردو ، حساب ، سائنس کی کتابوں کی قیمتوں میں مسلسل نسبت معلوم کیجیے جبکہ اُردو ، حساب کی کِتابوں کی قیمتوں میں نسبت 2:3 ہے اور سائِنس ، اُردو کی کِتابوں کی قیمتوں میں نسبت 3:4 ہے ۔

4.5 مسلسل نسبت کا استعمال

مثال 1 یوسف ، شاہین اور عظمت میں 68 روپے کی رقم اس طرح تقسیم کیجیے کہ اگر یوسف کو ایک روپیہ ملے تو شاہین کو 2 روپے اور اگر شاہین کو 3 روپے ملیں تو عظمت کو 4 روپے ملیں ۔

حل

کُل رقم = 68 روپے

یُوسف کا حصّہ : شاہین کا حصّہ : عظمت کا حصّہ

$$1 : 2$$
$$3 : 4$$

مسلسل نبت $3 : 6 : 8$

نسبتی مجموعہ $= 3 + 6 + 8 = 17$

یوسف کا حصّہ $= \frac{3}{17} \times 68 = 12$ روپے

شاہین کا حصّہ $= \frac{6}{17} \times 68 = 24$ روپے

عظمت کا حصّہ $= \frac{8}{17} \times 68 = 32$ روپے

مثال 2 435 روپے کی مزدوری بشیر ، نذیر اور نوید میں اِس طرح تقسیم کیجیے کہ بشیر اور نذیر کے حصّوں میں 2:3 کی نسبت ہو ۔ جبکہ نذیر اور نوید کے حصّوں میں 4:3 کی نسبت ہو ۔

حل

کُل رقم = 435 روپے

بشیر کا حصّہ : نذیر کا حصّہ : نوید کا حصّہ

$$\begin{array}{ccccc} 2 & : & 3 & & \\ & & 4 & : & 3 \\ \hline 8 & : & 12 & : & 9 \end{array}$$

مسلسل نسبت

نسبتی مجموعہ = $8 + 12 + 9 = 29$

بشیر کا حصّہ = $\frac{8 \times 435}{29}$ = 120 روپے

نذیر کا حصّہ = $\frac{12 \times 435}{29}$ = 180 روپے

نوید کا حصّہ = $\frac{9 \times 435}{29}$ = 135 روپے

مشق 4.3

1. اشرف ، نذیر اور مجید کو 820 روپے کا منافع آپس میں اس طرح تقسیم کرنا ہے کہ اگر اشرف کو 3 روپے ملیں تو نذیر کو 4 روپے اور اگر نذیر کو 3 روپے ملیں تو مجید کو 5 روپے ۔ بتایے ہر ایک کو کتنا منافع ملے گا ؟

2. اکرم ، طلعت اور رشید نے مسجد کی مرمت کے لیے 8393 روپے چندہ دیا ۔ اکرم اور طلعت کے چندہ کی رقموں میں 4:5 کی نسبت ہے ۔ جبکہ طلعت اور رشید کے چندہ کی رقموں میں 6:11 کی نسبت ہے ۔ بتایے ہر ایک نے کتنی رقم بطورِ چندہ دی ؟

3. 615 روپے کی رقم x, y, z میں اس طرح تقسیم کیجیے کہ

$$y : z : = 3 : 4, x : y = 2 : 5$$

4. برکت نے ایک پنکھا ، ایک میز اور ایک پلنگ خریدا اور کُل 4700 روپے دکاندار کو ادا کیے ۔ پنکھے اور میز کی قیمتوں میں 5:3 کی نسبت ہے ۔ جبکہ میز اور پلنگ کی قیمتوں میں 4:5 کی نسبت ہے ۔ بتایئے اس نے ہر ایک چیز کی کیا قیمت ادا کی ؟

5. احمد ، رحمت اور برکت نے مل کر ایک چراگاہ 605 روپے میں بکریاں چرانے کے لیے کرایہ پر لی ۔ احمد اور رحمت کی بکریوں میں 2:7 کی نسبت ہے جبکہ رحمت اور برکت کی بکریوں میں 3:4 کی نسبت ہے ۔ بتایئے ہر ایک کو کتنا کرایہ ادا کرنا پڑے گا ؟

6. 930 روپے چاندنی ، شبنم اور روبینہ میں اس طرح تقسیم کیجیے کہ چاندنی اور شبنم کے حصوں میں $2 : 2\frac{1}{2}$ اور شبنم اور روبینہ کے حصوں میں $3\frac{1}{4} : 2\frac{1}{2}$ کی نسبت ہو ۔

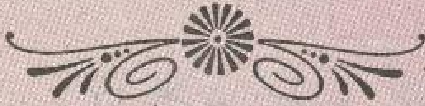
7. بارُود میں شورہ اور کوئلہ کو 3:15 کی نسبت سے اور کوئلہ اور گندھک کو $\frac{3}{2} : 1$ کی نسبت سے ملایا گیا ہے

۔ بتایئے 54 کلوگرام بارُود بنانے کے لیے ہر ایک جزو کی مقدار کیا لی جائے گی ؟

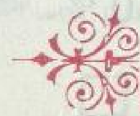
8. ابراہیم ، صدّیق اور مجید میں 1720 روپے کی رقم اس طرح تقسیم کیجیے کہ اگر ابراہیم کو 5 روپے ملیں تو صدیق کو 4 روپے اور اگر صدیق کو 6 روپے ملیں تو مجید کو 8 روپے ملیں ۔

9. مثلث کے تینوں زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 180 درجے ہوتا ہے ۔ ABC مثلث میں A زاویہ کی مقدار اور B زاویہ کی مقدار میں $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ ہے ۔ جبکہ B زاویہ کی مقدار اور C زاویہ کی مقدار میں $\frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ ہے ۔ اس کے ہر ایک زاویہ کی مقدار معلوم کیجیے ۔

10. 624 روپے کی رقم طاہرہ ، خدیجہ اور زبیدہ میں اس طرح تقسیم کیجیے کہ ان کے حصوں میں $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$ کی نسبت ہو ۔



5 فی صد

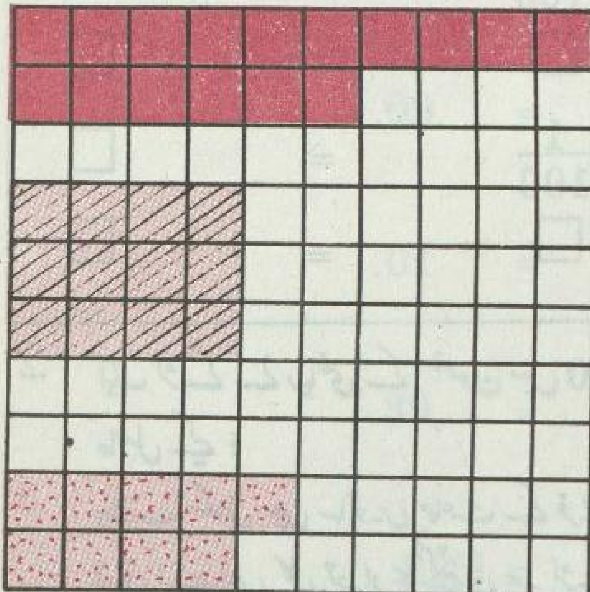


5.1 فی صد

ہم جانتے ہیں کہ ایک روپے میں 100 پیسے ہوتے ہیں یا ایک پیسہ ایک روپے کا سوواں حصّہ ہے ۔ ہم یوں بھی کہہ سکتے ہیں کہ ایک پیسہ ایک روپے کا $\frac{1}{100}$ یا 1 فی صد ہے ۔ فی صد کے معنی ہیں: "ہر سو کے لیے" 3 پیسے روپے کا 3 سوواں یا $\frac{3}{100}$ یا 3 فی صد ہیں ۔ اسی طرح 7 پیسے روپے کا $\frac{7}{100}$ یا 7 فی صد ہیں ۔ 25 پیسے روپے کا 25 فی صد ہیں ۔

اسی طرح 17 فیصد کا مطلب ہے 100 میں سے 17 یعنی $\frac{17}{100}$

فی صد کو علامتی طور پر % لکھا جاتا ہے ۔ یعنی 17 فی صد کو 17%، 82 فی صد کو 82% لکھتے ہیں ۔



سامنے دی ہوئی شکل کو 100 برابر خانوں میں تقسیم کیا گیا ہے ۔ ایک خانہ پوری شکل کا ایک سوواں یا $\frac{1}{100}$ یا 1% ہے ۔ اس شکل میں کچھ خانے نقطہ دار، کچھ لکیر دار کچھ سُرخ دار اور باقی خانے خالی چھوڑ دیے گئے ہیں ۔ نقطہ دار خانے 9 ہیں ۔ یہ کل خانوں کا $\frac{9}{100}$ ہیں یا 9% ہیں ۔ اب آپ شکل دیکھ کر بتایے کہ

(i) لکیر دار خانے کتنے ہیں اور کُل خانوں کا کتنے فی صد ہیں ۔

(ii) سرخ خانے کتنے ہیں اور کل خانوں کا کتنے فیصد ہیں۔

(iii) خالی خانے کتنے ہیں اور کُل خانوں کا کتنے فی صد ہیں۔

مشق 5.1

1. مندرجہ ذیل نقشے میں پہلی سطر کے مطابق خالی خانے پُر کریں۔

(i)	40 %	=	$\frac{40}{100}$	=	سوویں	40
(ii)	☐	=	☐	=	سوویں	30
(iii)	25 %	=	☐	=		☐
(iv)	☐	=	$\frac{3}{100}$	=		☐
(v)	9%	=	☐	=		☐
(vi)	☐	=	☐	=	سوویں	15
(vii)	☐	=	$\frac{48}{100}$	=		☐
(viii)	90%	=	☐	=		☐
(ix)	☐	=	$\frac{1}{100}$	=		☐
(x)	100%	=	☐	=		☐

2. ایک لڑکے نے ریاضی کے مضمون میں 100 میں سے 85 نمبر حاصل کئے۔ اس نے کتنے فی صد نمبر حاصل کیے؟

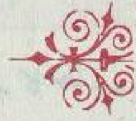
3. ہمارے سکول میں ساتویں جماعت کے فریق اے میں 53 لڑکے اور فریق بی میں 47 لڑکے ہیں۔ فریق اے میں کل تعداد کا کتنے فی صد لڑکے ہیں؟

4. ایک کوئنٹل میں 100 کلوگرام ہوتے ہیں۔ بتائیے مندرجہ ذیل مقدار یں ایک کوئنٹل کا کتنے فی صد ہیں۔

1 کِلوگرام ، 5 کِلوگرام ، 20 کِلوگرام

70 کِلوگرام ، 95 کِلوگرام

5.2 فی صد اور کسور اعشاریہ کی باہمی تبدیلی



ہمیں معلوم ہے کہ فی صد کسریں ، سوویں حصّوں کو ظاہر کرتی ہیں اور کسور اعشاریہ دسویں ، سوویں ، اور ہزارویں وغیرہ حصّوں کو ۔ مثلاً

(i)

$$7\ \% = \frac{7}{100} = .07$$

$$5.3\ \% = \frac{53}{10}\% = \frac{53}{1000} = .053$$

$$60\ \% = \frac{60}{100} = .6$$

$$79\ \% = \frac{79}{100} = .79$$

(ii)

$$.09 = \frac{9}{100} = 9\ \%$$

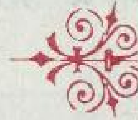
$$.01 = \frac{1}{100} = 1\ \%$$

$$.39 = \frac{39}{100} = 39\ \%$$

$$.225 = \frac{22.5}{100} = 22.5\ \%$$

اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ

کِسی کسر اعشاریہ کو فی صد میں تبدیل کرنے کے لیے نقطہ اعشاریہ کو دو مراتب دائیں طرف سرکا کر حاصل شدہ عدد کے ساتھ علامت % لکھ دیتے ہیں ۔



5.3 فی صد کی کسر عام میں تبدیلی

ہم پڑھ چکے ہیں کہ فی صد کا مطلب ہے "ہر سو کے لیے" فی صد ایک ایسی کسر ہوتی ہے ، جس کا مخرج ہمیشہ 100 ہوتا ہے ۔

چنانچہ

$$8\,\% = \frac{8}{100}$$

$$= \frac{2}{25}$$

$$24\,\% = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$$

$$75\,\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

اسی طرح کِسی بھی فیصد کو کسر عام میں تبدیل کیا جاسکتا ہے ۔

مثال 1 50% کو کسرِ عام میں تبدیل کیجیے ۔

حل

$$50\,\% = \frac{50}{100}$$

$$= \frac{1}{2}$$

مثال 2 $22\frac{1}{2}\%$ کو کسرِ عام میں تبدیل کیجیے ۔

حل

$$22\frac{1}{2}\% = \frac{45}{2}\%$$

$$= \frac{45}{2} \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{45}{200} = \frac{9}{40}$$



5.4 کسر عام کی فی صد میں تبدیلی

کسر عام کو فیصد میں تبدیل کرنے کے لیے دی ہوئی کسر کے شمار کنندہ اور مخرج دونوں کو 100 سے ضرب دیں ۔ مثلاً

(i) $\frac{7}{8} = \frac{7\times100}{8\times100} = \frac{7\times25}{2\times100} = \frac{175}{2} \times \frac{1}{100}$

$$= 87\frac{1}{2} \times \frac{1}{100} = 87\frac{1}{2}\%$$

(ii) $\frac{17}{40} = \frac{17\times100}{40\times100} = \frac{17\times5}{2} \times \frac{1}{100} = \frac{85}{2} \times \frac{1}{100}$

$$= 42\frac{1}{2} \times \frac{1}{100} = 42\frac{1}{2}\%$$

(iii) $\frac{23}{30} = \frac{23\times100}{30\times100} = \frac{23\times10}{3} \times \frac{1}{100}$

$$= \frac{230}{3} \times \frac{1}{100} = 76\frac{2}{3} \times \frac{1}{100} = 76\frac{2}{3}\%$$

(iv) $\frac{27}{32} = \frac{27\times100}{32\times100} = \frac{27\times25}{8} \times \frac{1}{100}$

$= \frac{675}{8} \times \frac{1}{100}$

$= 84\frac{3}{8} \times \frac{1}{100} = 84\ \frac{3}{8}\ \%$

مشق 5.2

1 مندرجہ ذیل کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کیجیے ۔

(i) 99 % (ii) 325 % (iii) 12.5 %

(iv) 77.5 % (v) 3.5 % (vi) $12\frac{1}{2}$ %

(vii) $39\ \frac{1}{2}$ % (viii) $8\frac{1}{2}$ % (ix) $112\frac{1}{2}$ %

(x) $1\ \frac{1}{2}$ %

2 مندرجہ ذیل کو فی صد میں تبدیل کیجیے ۔

(i) .025 (ii) .085 (iii) .105

(iv) .375 (v) .4 (vi) .9

(vii) .003 (viii) .088 (ix) 3.25

(x) 33.7

3. مندرجہ ذیل کو کسور عام میں تبدیل کیجیے اور جواب مختصر صورت میں لکھیے ۔

(i) $2\frac{1}{2}$ % (ii) $6\frac{3}{4}$ % (iii) $12\frac{1}{2}$ %

(iv) $3\frac{1}{3}\%$ (v) $16\frac{2}{3}\%$ (vi) $33\frac{1}{3}\%$

(vii) $66\frac{2}{3}\%$ (viii) $22\frac{2}{5}\%$ (ix) $32\frac{2}{5}\%$

(x) $80\frac{2}{5}\%$

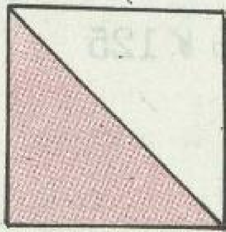
4. نیچے دی ہوئی کسور عام کو فی صد میں تبدیل کیجیے ۔

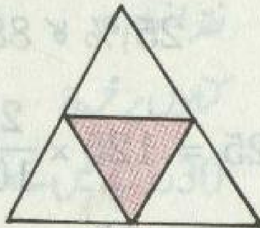
(i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{1}{5}$ (iii) $\frac{7}{20}$ (iv) $\frac{13}{20}$

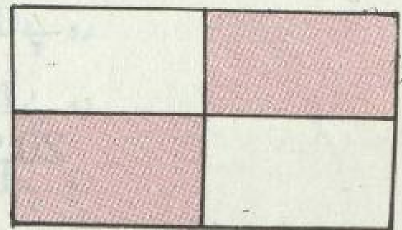
(v) $\frac{8}{25}$ (vi) $\frac{5}{8}$ (vii) $\frac{3}{8}$ (viii) $\frac{9}{16}$

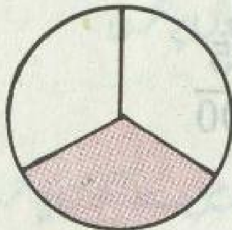
(ix) $\frac{7}{15}$ (x) $\frac{11}{3}$

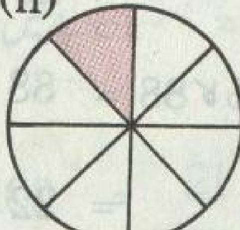
5. نیچے دی ہوئی شکلوں کو دیکھ کر بتائیے کہ ان کے کتنے فیصد حصے سایہ دار ہیں ۔

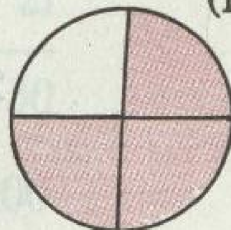

(i)

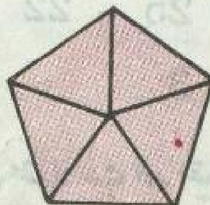

(ii)

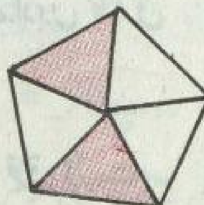

(iii)


(iv)


(v)


(vi)


(vii)


(viii)

6. مربع کے ضلع کی مقدار اس مُربّع کے احاطہ کا کتنے فی صد ہوتی ہے ؟



5.5 کسی مقدار کا فی صد معلوم کرنا

مثال 1 مبین کے پاس 80 روپے تھے ۔ اس نے ان کا 25% خرچ کر لیا ۔ اس کے پاس کتنی رقم باقی رہ گئی ؟

حل

کل رقم = 80 روپے

80 روپے کا 25 فی صد = 80 × $\frac{25}{100}$ روپے

= 20 روپے

جتنی رقم باقی رہ گئی = 80 - 20

= 60

باقی رقم = 60 روپے

مثال I. - کون سی مقدار بڑی ہے اور کتنی ؟

125 کا 20 % یا 88 کا 25 %

حل

125 کا 20 % = 125 × $\frac{20}{100}$

= 25

88 کا 25 % = 88 × $\frac{25}{100}$

= 22

مقداروں کا فرق = 25 - 22

= 3

پس 125 کا 20 فی صد بڑی مقدار ہے اور مقداروں کا فرق 3 ہے ۔

5.6 کسی مقدار کا فی صد دیا ہو تو مقدار معلوم کرنا

مثال 1 ایک مزدور کی ایک دن کی اُجرت کا %20، 16 روپے کے برابر ہے ۔ مزدور کی ایک دن کی اجرت بتائیے ۔

حل

20 % ایک دن کی اُجرت کا = $\frac{20}{100}$ ایک دن کی اُجرت کا

$\frac{1}{5}$ × ایک دن کی اُجرت = 16 روپے

ایک دن کی اُجرت = $16 \div \frac{1}{5} = 16 \times 5 = 80$ روپے

پس مزدور کی ایک دن کی اُجرت 80 روپے ہے

5.7 ایک مقدار کو دوسری مقدار کی فیصد میں لانا

مثال 2 اسلم کو 30 روپے نقد انعام ملا۔اس نے 21 روپے کی اچھی کتابیں خرید لیں ۔ بتایئے اس نے کتنے فیصد رقم کتابوں پر خرچ کی۔

حل

نقد انعام = 30 روپے

کتابوں پر خرچ = 21 روپے

30 روپے میں سے کتابوں پر خرچ = 21 روپے

1 روپے میں سے کتابوں پر خرچ = $\frac{21}{30}$

100 روپے میں سے کتابوں پر خرچ = $\frac{21}{30} \times 100$

= 70 روپے

پس اسلم نے %70 رقم خرچ کی ۔

مشق 5.3

1. خالی جگہ پُر کیجیے ۔

(i) 30 کا 10 فی صد = ☐ (ii) 50 کا 50 فی صد = ☐

(iii) 70 کا 40 فی صد = ☐ (iv) 250 کا 20 فی صد = ☐

2. کون سی مقدار بڑی ہے اور کتنی ؟

(i) 324 کا 75 فی صد یا 425 کا 60 فی صد

(ii) 400 کا 28 فی صد یا 360 کا 35 فی صد

(iii) 900 کا 55 فی صد یا 1650 کا 30 فی صد

3. مندرجہ ذیل میں خالی جگہ پُر کیجیے ۔

(i) ☐ کا 15 % = 75 (ii) ☐ کا 80 % = 200

(iii) ☐ کا 22 % = 88 (iv) ☐ کا $6\frac{2}{3}$ % = 75

4. ایک دکاندار نے 325 انڈے خریدے ۔ جن میں سے 8% انڈے خراب نکلے ۔ بتایے کتنے انڈے اچھے تھے ۔

5. ایک گاؤں کی آبادی ہر سال 6 فیصد کے حساب سے بڑھتی ہے ۔ اگر آج اس کی آبادی 14000 ہو تو بتایے ایک سال کے بعد اس کی آبادی کتنی ہوگی ۔

6. عُمر نے سائنس کے 24 تجربے کیے جو کل تجربوں کا 60 فیصد ہیں ۔ عُمر نے کُل کتنے تجربے کرنے تھے ۔

7. ایک دکاندار نے کچھ انڈے خریدے جن میں سے 20 فی صد خراب نکلے ۔ اگر خراب انڈے 36 ہوں تو بتائیے دکاندار نے کُل کتنے انڈے خریدے ۔

8. اصغر نے 1200 روپے پر $2\frac{1}{2}$ فی صد زکوٰۃ ادا کی اصغر نے کتنے روپے زکوٰۃ ادا کی مزید اس کے پاس کتنی

رقم بچی ۔

9. ایک سکول کے کُل 1100 طلبا میں سے 3% ہوسٹل میں رہتے ہیں باقی اپنے اپنے گھروں میں رہتے ہیں ۔ کتنے طلبا پڑھنے کے لیے اپنے گھروں سے روزانہ آتے ہیں ؟

10. اسلم نے ایک کتاب پڑھنا شروع کی اور جب اُس نے 143 صفحات پڑھ لیے تو کہنے لگا کہ کتاب کا 65% پڑھ لیا ہے ۔ کتاب کے کُل کتنے صفحات تھے ؟

11. $1\frac{1}{2}$ کوئنٹل آم میں سے 20 کلوگرام آم خراب ہو گئے ۔ بتایئے کتنے فی صد آم خراب ہوئے ۔

12. حسن کی آمدنی 40000 روپے ہے ۔ اگر وہ 30000 روپے خرچ کرے تو بتایئے وُہ اپنی آمدنی کا کتنے فی صد خرچ کرتا ہے ۔

13. ایک صدر ممتحن نے 12400 کاپیوں میں سے 1240 کاپیاں جانچیں ۔ بتایئے اس نے کتنے فی صد کاپیاں جانچیں ۔

14. ایک امتحان میں 200 لڑکیاں شریک ہُوئیں جن میں سے 48 لڑکیاں فیل ہو گئیں ۔ بتایئے کتنے فی صد لڑکیاں فیل ہوئیں ۔

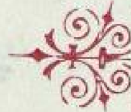
15. ایک مکان اور باغ دونوں کی کل قیمت 37500 روپے ہے ۔ باغ کی قیمت کُل قیمت کا 21% ہے ۔ مکان کی قیمت بتایئے ۔

16. ایک سکول میں 800 لڑکے پڑھتے ہیں ۔ ان میں سے 784 لڑکے شہر کے رہنے والے ہیں اور باقی دیہاتی ہیں ۔ شہری اور دیہاتی لڑکوں کی فی صد تعداد علٰحدہ علٰحدہ بتایئے ۔

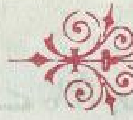
17. حمید کو عید کے روز کُل 25 روپے جیب خرچ مِلا اور اس نے 16 روپے خرچ کیے ۔ بتایئے کتنے فی صد روپے خرچ ہو گئے اور کتنے فی صد رقم باقی بچی ۔

18. ایک دن ایک کارخانے میں 300 آدمیوں میں سے 105 آدمی دیر سے آئے ۔ بتایئے کتنے فی صد آدمی وقت پر آئے ۔

5.8 شراکت



جب دو یا دو سے زیادہ آدمی سرمایہ لگا کر اکٹھا کاروبار کرتے ہیں اور نفع و نقصان میں شریک ہوتے ہیں تو اس طرح مِل جُل کر کاروبار کرنے کو شراکت کہتے ہیں ۔



نفع یا نقصان تقسیم کرنے کا طریقہ

نفع یا نقصان تقسیم کرتے وقت دو باتوں کا خیال رکھا جاتا ہے کہ حصہ داروں نے کاروبار میں کتنا کتنا سرمایہ لگایا ہے اور ہر ایک نے یہ سرمایہ کتنی کتنی مدّت کے لیے لگایا ہے۔

مثلاً یہ ممکن ہے کہ

(i) حصہ داروں نے کاروبار میں برابر سرمایہ ایک خاص مدّت کے لیے لگایا ہو۔

(ii) سرمایہ کی رقوم برابر تھیں لیکن حصہ داروں نے مختلف مدّت کے لیے سرمایہ فراہم کیا ہو

(iii) سرمایہ کی رقوم مختلف تھیں لیکن مدّت برابر ہے۔

(iv) سرمایہ کی رقوم مختلف تھیں اور مدّت بھی مختلف ہے۔

آیئے چند مثالوں کی مدد سے وضاحت کریں کہ مختلف صورتوں میں نفع یا نقصان کس طرح تقسیم کیا جاتا ہے۔

مثال 1 حمید اور اسلم نے بالترتیب 4000 روپے اور 5000 روپے کے سرمایہ سے مل کر کاروبار شروع کیا۔ کچھ مدّت کے بعد انھیں 4500 روپے نفع ہُوا۔ ہر ایک کا نفع معلوم کیجیے۔

حل

حمید کا سرمایہ = 4000 روپے

اسلم کا سرمایہ = 5000 روپے

نفع = 4500 روپے

سرمایوں میں نسبت

حمید کا سرمایہ : اسلم کا سرمایہ

5000 : 4000

یا 5 : 4

نسبتی مجموعہ $= 4 + 5 = 9$

نفع میں حمید کا حصہ $= \frac{4}{9} \times 4500$

$= 2000$ روپے

نفع میں اسلم کا حِصّہ $= \frac{5}{9} \times 4500$

$= 2500$ روپے

نوٹ اگر سرمائے ایک خاص مدّت کے لیے لگائے جائیں تو نفع کی رقم سرمایوں کی نسبت کے لحاظ سے تقسیم کر دی جاتی ہے ۔

مثال 2 صدیق اور بشیر میں سے ہر ایک نے کاروبار میں 1500 روپے کے سرمائے سے شرکت کی ۔ صدیق کا سرمایہ 3 ماہ کے لیے اور بشیر کا سرمایہ 4 ماہ کے لیے لگا رہا ۔ اس کاروبار میں انھیں 1260 روپے نفع ہُوا ۔ ہر ایک کا نفع معلوم کیجیے ۔

حل صدیق کا سرمایہ $= 1500$ روپے

مدّت سرمایہ $= 3$ ماہ

صدیق کا سرمایہ 1 ماہ کے لیے $= 3 \times 1500$

$= 4500$ روپے

بشیر کا سرمایہ $= 1500$ روپے

مدّت سرمایہ $= 4$

بشیر کا سرمایہ 1 ماہ کے لیے $= 4 \times 1500$

$= 6000$ روپے

سرمایوں میں نسبت

صدیق کا سرمایہ ایک ماہ کے لیے : بشیر کا سرمایہ ایک ماہ کے لیے

$3 \times 1500 : 4 \times 1500$

$3 : 4$

$$\text{نسبتی مجموعہ} = 3 + 4 = 7$$

$$\text{صدیق کا حصّہ} = \frac{3}{7} \times 1260$$

$$= 540 \text{ روپے}$$

$$\text{بشیر کا حصّہ} = \frac{4}{7} \times 1260$$

$$= 720 \text{ روپے}$$

نوٹ اگر سرمائے برابر ہوں تو نفع یا نقصان کی رقم مدتوں میں نسبت کے لحاظ سے تقسیم ہو جاتی ہے ۔

مثال 3 ظفر نے 350 روپے 8 ماہ کے لیے اور عبدالغفور نے 320 روپے 10 ماہ کے لیے ایک کاروبار میں لگائے ۔ اگر انھیں 450 روپے نفع ہوا ہو تو ہر ایک کا نفع معلوم کیجیے ۔

وضاحت : ظفر کا سرمایہ 8 ماہ کے لیے کاروبار میں لگا رہا اور عبدالغفور کا سرمایہ 10 ماہ کے لیے لگا رہا ۔ لیکن نفع یا نقصان تقسیم کرنے کی صورت میں آسانی ہوگی جب ان کے سرمائے ایک ہی مدّت کے لیے کاروبار میں لگے رہے ہوں ۔ اب ہم وہ صورت معلوم کرتے ہیں کہ دونوں کے سرمایوں کی مدّت ایک ہی ہو ۔

ظفر کو 350 روپے 8 ماہ کے لیے لگانے سے کچھ نفع ہوگا ۔ اگر وہ یہ نفع ایک ماہ میں حاصل کرنا چاہے تو پھر کِتنی رقم لگائے گا ۔ ظاہر ہے وہ پہلے سے آٹھ گنا رقم لگائے گا یعنی وہ

$(8 \times 350 = 2800)$ روپے لگائے گا ۔

اسی طرح عبدالغفور اگر ایک ماہ میں اُتنا ہی نفع کمانا چاہے جتنا وہ 320 روپے لگا کر 10 ماہ میں کماتا ہے تو اسے 320 روپے سے دس گناہ رقم لگانا ہوگی ۔ یعنی عبدالغفور

$(320 \times 10 = 3200)$ روپے لگائے گا ۔

اس طرح نفع 3200 : 2800 کی نسبت میں تقسیم ہوگا ۔

حل

عبدالغفور کا 1 ماہ کا سرمایہ : ظفر کا 1 ماہ کا سرمایہ

$$8 \times 350 \ : \ 10 \times 320$$

$$2800 : 3200$$

$$7 : 8$$

نسبتی مجموعہ $= 7 + 8 = 15$

سرمایہ میں نسبت = نفع میں نسبت

ظفر کا حصّہ $= \frac{7}{15} \times 450$

$=$ 210 روپے

عبدالغفور کا حصّہ $= \frac{8}{15} \times 450$

$=$ 240 روپے

نوٹ اگر سرمائے مختلف ہوں اور مدّت بھی مختلف ہو تو نفع یا نقصان میں وہی نسبت ہوتی ہے جو سرمایوں اور مدتوں کے حاصل ضربوں میں ہوگی۔

مشق 5.4

1. یونس نے 3000 روپے 4 ماہ کے لیے کاروبار میں لگائے اور کچھ منافع کمایا۔ وہ اتنا ہی نفع ایک ماہ میں حاصل کرنا چاہتا ہے۔ بتائیے وہ کاروبار میں کتنی رقم لگائے گا۔
2. اقبال اور اکرم نے بالترتیب 2000 روپے اور 3000 روپے 5 ماہ کے لیے کاروبار میں لگائے۔ 900 روپے نفع میں ہر ایک کا نفع معلوم کیجیے۔
3. طلعت اور نذیر نے تین تین ہزار روپے کی شراکت سے کاروبار شروع کیا۔ 7 ماہ بعد انھیں 2100 روپے نفع ہُوا۔ نفع میں ہر ایک کا حصّہ معلوم کیجیے۔
4. اعجاز نے 8000 روپے 8 ماہ کے لیے اور عبدالرحمٰن نے 8000 روپے ایک سال کے لیے کاروبار میں لگائے۔ اگر سال کے آخر میں 5000 روپے نفع ہوا ہو تو ہر ایک کا نفع معلوم کیجیے۔
5. اصغر اور شریف نے شراکت سے تجارت شروع کی۔ اصغر نے 1200 روپے اور شریف نے 1500 روپے لگائے اگر سال کے آخر میں 900 روپے نفع ہوا تو ہر ایک کا نفع معلوم کیجیے۔

6. ظفر نے 1400 روپے 9 ماہ کے لیے اور انور نے اتنا ہی سرمایہ ایک سال کے لیے مشترک کاروبار میں لگایا ۔ اگر انھیں 2100 روپے نفع ہوا ہو تو نفع میں ہر ایک کا حصّہ معلوم کیجیے ۔

7. حمید اور مجید نے شراکت سے تجارت شروع کی ۔ حمید نے 15000 روپے اور مجید نے 4000 روپے لگائے ۔ حمید کا سرمایہ ایک سال تک لگا رہا جبکہ مجید نے اپنا سرمایہ 10 ماہ بعد واپس لے لیا ۔ اگر ایک سال کے بعد انھیں 2200 روپے نقصان ہوا ہو تو ہر ایک کا نقصان معلوم کیجیے ۔

8. یونس اور پرویز نے ایک چراہ گاہ 595 روپے کرایہ پر لی ۔ یُونس نے 48 بھیڑیں اور پرویز نے 64 بھیڑیں چرائیں ۔ بتائیے ہر ایک کو کتنا کتنا کرایہ دینا پڑا ۔

5.9 کمیشن

مقررہ قیمتوں میں کمی کو کٹوتی یا کمیشن کہتے ہیں ۔ کتابوں کے پبلشرز ، کتب فروش کو کمیشن پر کتابیں دیتے ہیں اور کتب فروش مقررہ قیمت پر بازار میں بیچتے ہیں ۔

مثال 1 ایک کتب فروش نے 500 روپے کی کتابیں خریدیں ۔ بتائیے 15 فیصد کے حساب سے اسے کتنا کمیشن مِلا ۔

حل

کتابوں کی قیمت = 500 روپے

کمیشن کی شرح = $15\ \%$

$$= \frac{15}{100}$$

کُل کمیشن = $\frac{15}{100} \times 500$

= 75 روپے

مثال 2 احمد نے اپنی موٹر کار 7550 روپے میں ایک کمیشن ایجنٹ کے ذریعے بیچی ۔ اگر اُسے 3% کے حساب سے کمیشن ادا کرنا پڑے تو بتائیے کہ اُسے کتنی رقم وصول ہُوئی۔

حل

موٹر کار جتنے میں بکی $= 75500$ روپے

شرح کمیشن $= 3\%$

$= \frac{3}{100}$

جتنی کمیشن ادا کی $= \frac{3}{100} \times 75500$

$= 2265$ روپے

رقم جو احمد کو وصول ہوئی $= 75500 - 2265$

$= 73235$ روپے

مشق 5.5

1. ایک چیز پر لکھی ہوئی قیمت 350 روپے ہے۔ 20% کے حساب سے اس چیز پر کتنی کمیشن ملے گی۔
2. ایک ریڈیو کی قیمت 475 روپے ہے ۔ بتایئے 6% کے حساب سے اس پر کتنی کمیشن ملے گی۔
3. ساتویں جماعت کے لیے ریاضی کی کتاب کی قیمت 20.50 روپے ہے ۔ ایک دکاندار نے ریاضی کی 40 کتابیں خریدیں ۔ اسے 15% کے حساب سے کتنی کمیشن ملے گی ؟
4. باٹا شو کمپنی اپنے ایجنٹوں کو عموماً 20% کمیشن پر مال دیتی ہے ۔ جس جُوتے پر 290.95 روپے قیمت درج ہو تو اس جُوتے پر ایجنٹ کو کتنی کمیشن ملے گی ؟
5. ایک ایجنٹ کو $\frac{1}{2}$ فیصد کے حساب سے دکانوں کا کرایہ وصول کرنے کی کمیشن ملتی ہے ۔ اگر اُس نے ایک ماہ کا کُل 1840 روپے کرایہ وصول کیا ہو تو اس کی کمیشن بتایئے ۔
6. گُل محمد نے اپنا بنگلہ 56000 روپے میں ایک کمیشن ایجنٹ کے ذریعے بیچا ۔ اگر ایجنٹ کو $2\frac{1}{4}\%$ کے حساب سے کمیشن دی گئی ہو تو گُل محمد نے کل کتنی رقم وصُول کی ؟
7. ایک پراپرٹی ڈیلر نے شفیع کا ایک پلاٹ 12000 روپے میں رفیع کے ہاتھ بکوایا اور دونوں طرف سے 1% کمیشن وصول کی ۔ اس کی کُل کمیشن بتائیں۔ نیز شفیع کو کیا ملا اور رفیع نے کتنی رقم ادا کی ؟

8. ایک آڑھتی نے ایک زمیندار کے کُل 8000 روپے کے چاول بیچے اور $7\frac{1}{2}$ فیصد کے حساب سے اپنی آڑھت کاٹی ۔ بتایے زمیندار کو کتنی رقم ملی ۔

5.10 نفع یا نقصان فی صد

نفع یا نقصان فی صد معلوم کرنے کی ضرورت مندرجہ ذیل مثال سے واضح کی گئی ہے ۔

مثال 1 اگر 20 کلوگرام چاول 300 روپے میں خرید کر 324 روپے میں فروخت کر دیے جائیں اور ایک درجن پنسلیں 14.40 روپے میں خرید کر 18 روپے میں بیچ دی جائیں تو کس سودے میں زیادہ فی صد فائدہ ہوگا؟

حل

بظاہر چاولوں کے کاروبار میں نفع زیادہ معلوم ہوتا ہے لیکن ہم دیکھتے ہیں کہ اسے 24 روپے نفع حاصل کرنے کے لیے 300 روپے کے چاول خریدنا پڑتے ہیں اور 14.40 روپے کی پنسلیں خرید کر 3.60 روپے نفع حاصل ہوتا ہے ۔

اس لیے نفع کا مقابلہ کرنے کے لیے ضروری ہے کہ دونوں قسم کا مال ایک ہی رقم کا خریدا جائے ۔ منافع کا مقابلہ کرنے کے لیے آسانی کی خاطر 100 روپے کے مال پر منافع یعنی ہر سودے میں نفع فیصد کا مقابلہ کرتے ہیں اور اُسے نفع فیصد کہتے ہیں ۔ اب ہم دی گئی مثال میں نفع کا مقابلہ 100 کے حساب سے کرتے ہیں ۔

چاول

300 روپے پر نفع = 24 روپے

1 روپیہ پر نفع = $\frac{24}{300}$

100 روپے پر نفع = $\frac{24}{300} \times 100$

= 8 روپے

14.40 روپے پر نفع = 3.60 روپے

1 روپیہ پر نفع = $\frac{3.60}{14.40}$ روپے

= $\frac{360}{100} \times \frac{100}{1440}$ روپے

= $\frac{1}{4}$ روپے

100 روپے پر نفع = $\frac{1}{4} \times 100$ روپے

= 25 روپے

پنسلیں

اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ پنسلوں کے سودے پر منافع کی شرح زیادہ ہے۔

مثال 2 ایک بکری 2000 روپے میں خرید کر 1600 روپے میں بیچ دی گئی۔ نقصان فی صد معلوم کیجیے۔

حل

قیمت خرید = 2000 روپے

قیمت فروخت = 1600 روپے

نقصان = 2000 − 1600

= 400 روپے

2000 روپے خرچ کرنے پر نقصان = 400 روپے

1 روپیہ خرچ کرنے پر نقصان = $\frac{400}{2000} = \frac{1}{5}$ روپے

100 روپے خرچ کرنے پر نقصان = $\frac{1}{5} \times 100$ روپے

= $\frac{100}{5}$

= 20 روپے

پس بکری بیچنے والے کو 20 فی صد نقصان ہُوا۔

مثال 3 یونس نے 12 روپے فی کلوگرام والے آم خرید کر 13.50 روپے فی کلوگرام کے حساب سے بیچ دیے ۔ اس کا نفع یا نقصان فی صد معلوم کیجیے ۔

حل فی کلوگرام قیمت خرید = 12 روپے

فی کلوگرام قیمت فروخت = 13.50 روپے

نفع = 13.50−12.00

= 1.50 روپے

= $\frac{150}{100}$ روپے

چونکہ نفع ہمیشہ قیمت خرید پر ہوتا ہے اِس لیے

12 روپے پر نفع = $\frac{150}{100}$ روپے

1 روپیہ پر نفع = $\frac{150}{100} \times \frac{1}{12}$ روپے

100 روپے پر نفع = $\frac{150}{100} \times \frac{1}{12} \times 100$ روپے

$\frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$ روپے

پس یونس کو $12\frac{1}{2}\%$ نفع ہوا ۔

مشق 5.6

1. اسد نے ایک مرغی 80 روپے میں خرید کر 100 روپے میں بیچ دی ۔ اس کا نفع فیصد بتایئے ۔
2. 30 روپے کی ایک ٹوپی 36 روپے میں بیچنے سے کتنے فیصد نفع یا نقصان ہوگا ؟
3. ایک دکاندار نے 200 روپے کی نصف کوئنٹل دال خرید کر 4.50 روپے فی کلوگرام کے حساب سے بیچ دی ۔ اس کا نفع یا نقصان فیصد بتایئے ۔

4. اِقبال نے 15 روپے فی درجن کے حساب سے 300 انڈے خریدے اور 150 روپے سینکڑا کے حساب سے فروخت کر دیے ۔ بتایے اسے کتنے فیصد نفع یا نقصان ہُوا ۔

5. رحیم نے پچیس پچیس روپے والے پانچ پین خریدے اور سب کو 110 روپے میں بیچ دیا ۔ بتایے اسے کتنے فیصد نفع یا نقصان ہُوا ۔

6. ایک بک سیلرز نے 20 کتابیں 480 روپے میں خریدیں اور 28.80 روپے فی کتاب کے حساب سے فروخت کیں ۔ بتایے اسے کتنے فیصد نفع یا نقصان ہُوا ۔

7. منیر نے ایک مکان 45000 روپے میں خرید کر 42000 روپے میں بیچ دیا ۔ اُسے کتنے فیصد نفع یا نقصان ہوا ؟

8. خالد نے کیلے 15 روپے درجن کے حساب سے خرید کر 21 روپے فی درجن کے حساب سے فروخت کر دیے ۔ نفع یا نقصان فیصد بتایئے ۔

9. ایک پھل فروش نے کچھ کینو 120 روپے سینکڑا کے حساب سے خرید کر 18 روپے فی درجن کے حساب سے بیچ دیے ۔ اس کا نفع یا نقصان فیصد معلوم کیجیے ۔

10. مقصود نے دیسی گھی کے بھرے ہُوئے دو کنستر 3360 روپے میں خریدے ۔ ہر کنستر میں 16 کلوگرام گھی تھا ۔ ایک کنستر ٹپکتا تھا اس میں سے چار کلوگرام گھی بہہ گیا ۔ باقی گھی کو اس نے 110 روپے فی کلوگرام کے حساب سے بیچ ڈالا اس کا نفع یا نقصان فیصد معلوم کیجیے ۔

5.11 قیمتِ فروخت معلوم کرنا (جب کہ نفع یا نقصان فی صد معلوم ہو)

مثال 1 عنایت نے ایک سکوٹر 12000 روپے میں خریدا اور اسی وقت 8% نفع لے کر فروخت کر دیا ۔ سکوٹر کی قیمتِ فروخت بتایے ۔

حل قیمت خرید = 12000 روپے

نفع = 8 %

8% نفع کا مطلب یہ ہے کہ جو چیز 100 روپے میں خریدی جائے اس کی قیمت فروخت (108 = 8 + 100) روپے ہوگی ۔

108 روپے = اگر قیمت خرید 100 روپے ہو تو قیمت فروخت

$\frac{108}{100}$ روپے = اگر قیمت خرید 1 روپیہ ہو تو قیمت فروخت

$\frac{108}{100} \times 12000$ روپے = اگر قیمت خرید 12000 روپے ہو تو قیمت فروخت

12960 روپے =

اب ہم اسی مثال کو تناسب کے طریقے سے حل کرتے ہیں ۔

قیمتِ خرید : قیمتِ فروخت

100 : 108

12000 : □

چونکہ قیمتِ خرید اور قیمتِ فروخت میں تناسب راست ہے ۔

اِس لیے $100 : 12000 :: 108 : \square$

$$\frac{\square}{108} = \frac{12000}{100}$$

$$\square = \frac{12000 \times 108}{100}$$

$$\square = 12960$$

پس سکوٹر کی قیمتِ فروخت 12960 روپے ہے ۔

مثال 2 ایک سائیکل کی قیمت خرید 1825 روپے ہے۔ اُسے 4% نقصان پر فروخت کیا گیا ۔ قیمت فروخت معلوم کیجیے ۔

حل 1825 روپے = سائیکل کی قیمتِ خرید

4 % = نقصان

4 فی صد نقصان کا مطلب یہ ہے کہ 100 روپے قیمتِ خرید والی چیز (4 − 100 =) 96 روپے میں فروخت ہوگی ۔

قیمتِ خرید : قیمتِ فروخت

$$96 : 100$$

$$\square : 1825$$

چونکہ قیمتِ خرید اور قیمت فروخت میں تناسب راست ہے ۔

اِس لیے $\square : 96 :: 1825 : 100$

$$\frac{\square}{96} = \frac{1825}{100}$$

$$\square = \frac{1825 \times 96}{100}$$

$$\square = 1752$$

پس سائیکل کی قیمتِ فروخت 1752 روپے ہے ۔

مشق 5.7

1. اصغر نے ایک پنکھا 900 روپے میں خریدا ۔ 20% نفع لینے کی خاطر اُسے کتنے میں بیچا جائے ؟
2. نواز نے ایک گھڑی 150 روپے میں خریدی اور 10% نقصان پر بیچ دی ۔ گھڑی کی قیمتِ فروخت معلوم کیجیے ۔
3. 3000 روپے میں خریدا ہُوا صوفہ کتنے میں بیچا جائے کہ 25% نفع ہو ؟
4. 15 کلوگرام خربوزے 8 روپے فی کلوگرام کے حساب سے خریدے گئے اور 25 فیصد نفع پر بیچ دیے گئے ۔ خربوزوں کی قیمتِ فروخت فی کلوگرام کے حساب سے معلوم کیجیے ۔
5. 120 روپے کی کرسی خریدی گئی ۔ گرنے سے اس کا ایک پایہ ٹوٹ گیا ۔ 20 روپے مرمت پر لگے اگر اسے 10 فیصد نقصان پر بیچ دیا جائے تو کرسی کی قیمت معلوم کیجیے ۔
6. 124 روپے میں خریدی ہُوئی ایک چھتری 25 فیصد نقصان پر فروخت ہُوئی ۔ چھتری کی قیمت فروخت بتائیے ۔
7. ایک شخص نے 20 قلم 300 روپے میں خریدے ۔ بتایئے فی قلم کِس حساب سے بیچے کہ اُسے 15 فیصد نفع ہو ۔

8. 600 روپے کے مال کو $6\frac{3}{4}$ فیصد نفع پر بیچ دیا گیا ۔ مال کی قیمتِ فروخت معلوم کیجیے ۔
9. ایک دکاندار نے 40 کلوگرام مکئی 35 روپے میں خریدی ۔ کچھ مکئی خراب ہو جانے کی وجہ سے اُسے 20% نقصان ہُوا ۔ بتائیے اِس نے مکئی فی کلوگرام کس نرخ پر فروخت کی ۔

5.12 قیمت خرید معلوم کرنا (جبکہ نفع یا نقصان فیصد معلُوم ہو)

مثال 1 ایک دکاندار ایک میز کتنے میں خرید کر 350 روپے میں بیچے تاکہ اسے 25% نفع حاصل ہو ۔

حل

فرض کیا میز کی قیمتِ خرید = 100 روپے

100 روپے پر 25% منافع = 25 روپے

قیمت فروخت = 100 + 25

= 125 روپے

اصل قیمت فروخت = 350 روپے

قیمت خرید : قیمتِ فروخت

$$100 : 125$$

$$\square : 350$$

چونکہ قیمت خرید اور قیمت فروخت میں تناسب راست ہے ۔

لہٰذا $\square : 100 :: 350 : 125$

$$\frac{\square}{100} = \frac{350}{125}$$

$$\square = \frac{350}{125} \times 100$$

$$= \frac{35000}{125}$$

$$= 280$$

پس دکاندار کی قیمت خرید 280 روپے ہونی چاہیے ۔

یاد رکھیے :

$$\text{قیمت فروخت} = \frac{\text{قیمتِ خرید} \times \text{100 روپے پر قیمتِ فروخت}}{100}$$

$$\text{قیمت خرید} = \frac{\text{قیمتِ فروخت} \times 100}{\text{100 روپے پر قیمت فروخت}}$$

مشق 5.8

1. ایک مرغی کو 90 روپے میں بیچنے سے %25 نفع ہُوا ۔ مرغی کی قیمتِ خرید بتایے ۔
2. ایک ریڈیو 1955 روپے میں بیچنے سے %15 نقصان ہُوا ۔ ریڈیو کی قیمتِ خرید بتایے ۔
3. کچھ سامان 450 روپے میں بیچنے سے %10 نقصان ہوتا ہے ۔ سامان کی لاگت بتایے ۔
4. دُودھ 12روپے فی لِٹر بیچا جائے تو %20 نفع ہوتا ہے ۔ دُودھ کی قیمتِ خرید فی لِٹر معلوم کیجیے ۔
5. ایک سائیکل کو 1215 روپے میں بیچنے سے $12\frac{1}{2}\%$ نفع ہوتا ہے۔سائیکل کی قیمتِ خرید بتایے ۔
6. ایک پھل فروش نے ایک درجن کیلے14.40روپے میں بیچے اور اس طرح اسے %20 نفع ہُوا ۔ فی کیلا قیمتِ خرید معلوم کیجیے ۔
7. ایک پلنگ کو 657 روپے میں بیچنے سے $9\frac{1}{2}$ فیصد نفع ہوتا ہے ۔ پلنگ کی قیمتِ خرید معلوم کیجیے ۔

5.13 زکوٰۃ

زکوٰۃ عربی زبان کا لفظ ہے جس کے لغوی معنی طہارت اور پاک و صاف ہونا ہیں ۔ اِس سے مُراد اس مالی امداد کو کہتے ہیں جس کی ادائیگی ہر مُسلمان پر فرض ہے جو دولت کی ایک مخصوص مقدار کا مالک ہو ۔ نماز اور روزے کے بعد اسلام کا سب سے بڑا رکن زکوٰۃ ہے۔ زکوٰۃ سے غریب مسلمانوں کی معاشی ضروریات پوری کی جاتی ہیں۔ چنانچہ ہر دولت مند مسلمان ہر سال اپنے مال و دولت کا چالیسواں حصہ یعنی $2\frac{1}{2}$ فیصد اپنے غریب مسلمان بھائیوں میں تقسیم کرتا ہے یا بیت المال میں جمع کرواتا ہے ۔ بشرطیکہ اس کے پاس کم از کم 6 ہیکٹو گرام چاندی یا 8.7 ڈیکاگرام سونا یا اس کی مالیت کے برابر کی رقم پر ایک سال گزر جائے ۔ 6 ہیکٹو گرام

چاندی یا 8.7 ڈیکا گرام سونا کی مالیت کو نصاب اور ایسے شخص کو جس پر زکوٰۃ فرض ہو صاحبِ نصاب کہتے ہیں ۔

حکومتِ پاکستان نے ایک حکم کے ذریعے 1980ء میں زکوٰۃ فنڈ قائم کیا ۔ ہمیں زکوٰۃ کی رقم اس فنڈ میں جمع کروانی چاہیے ۔ حکومت اس فنڈ سے نادار اور ضرورت مند لوگوں کی مدد کرتی ہے اور غریب طلباء کی مدد بھی اسی فنڈ سے کی جا رہی ہے ۔

مثال 1 ایک شخص کے پاس 20000 روپے کی رقم ایک سال تک رہی ۔ بتایے وہ شخص کتنے روپے زکوٰۃ ادا کرے گا ۔

حل

رقم جس پر زکوٰۃ فرض ہے = 20000 روپے

زکوٰۃ دولت کا $\frac{1}{40}$ حصہ ہوتی ہے

زکوٰۃ کی رقم = $20000 \times \frac{1}{40}$

= 500 روپے

مثال 2 ایک عورت کے پاس 10000 روپے نقد ، 80 گرام سونا اور 300 گرام چاندی سال بھر رہی ۔ اگر سونے کی قیمت 490 روپے فی گرام اور چاندی کی قیمت 6.80 روپے فی گرام ہو تو بتایے سال کے بعد وہ عورت کتنی زکوٰۃ ادا کرے گی۔

حل

نقد رقم = 10000 روپے

ایک گرام سونے کی قیمت = 490 روپے

80 گرام سونے کی قیمت = 490×80

= 39200 روپے

ایک گرام چاندی کی قیمت = 6.80 روپے

300 گرام چاندی کی قیمت = 6.80×300

= 2040 روپے

کُل مالیت $= 10000 + 39200 + 2040$

$= 51240$ روپے

زکوٰۃ کی رقم $= 51240 \times \frac{1}{40}$

$= 1281$ روپے

مشق 5.9

1. اشرف صاحبِ نصاب ہے اور اسے 5000 روپے پر زکوٰۃ ادا کرنا ہے ۔ بتایئے وہ کتنی رقم بطورِ زکوٰۃ ادا کرے گا ۔
2. ایک عورت کے پاس 1200 گرام چاندی سال بھر رہی ۔ 1200 گرام چاندی پر زکوٰۃ فرض ہے اگر چاندی کا بھاؤ 6.85 روپے فی گرام ہو تو زکوٰۃ کی رقم معلوم کیجیے ۔
3. 10.3 ہیکٹو گرام چاندی پر کتنی زکوٰۃ واجب ہے جبکہ چاندی کا بھاؤ 6.60 روپے فی گرام ہو ۔
4. نوید کے پاس 8 ڈیکا گرام سونا اور 5 ہیکٹوگرام چاندی کے زیورات سال بھر رہے زکوٰۃ کی رقم معلوم کیجیے جبکہ سونے کا بھاؤ 495 روپے فی گرام اور چاندی کا بھاؤ 6.90 روپے فی گرام ہے ۔
5. عشرت کے پاس 20000 روپے نقد ، 10 ڈیکاگرام سونا اور 20 ڈیکاگرام چاندی ہے ۔ اگر سونے کا بھاؤ 480 روپے فی گرام اور چاندی کا بھاؤ 6.70 روپے فی گرام ہو تو سال بھر گزرنے پر اس مال پر کتنی زکوٰۃ واجب ہوگی ؟
6. ایک شخص کی 30000 روپے کی رقم سال بھر بنک میں رہی ۔ اگر اس کے پاس 30 ڈیکاگرام سونا اور 500 گرام چاندی کے زیورات بھی سال بھر رہے ہوں تو زکوٰۃ کی رقم معلوم کیجیے جبکہ سونے کا بھاؤ 505 روپے فی گرام اور چاندی کا بھاؤ 6.80 روپے فی گرام ہو ۔
7. فائقہ نے ایک سال 4000 روپے زکوٰۃ ادا کی ۔ بتایئے اس نے یہ زکوٰۃ کتنی رقم پر ادا کی ۔
8. گلشن نے اپنے زیورات پر 500 روپے زکوٰۃ ادا کی ۔ بتایئے گلشن کے پاس کتنی مالیت کے زیورات تھے ۔
9. زکوٰۃ ادا کرنے کے بعد جمیلہ کے پاس 7215 روپے کی رقم باقی رہ جاتی ہے ۔ بتایئے اس کے پاس قابلِ زکوٰۃ کتنی رقم تھی ۔
10. ایک عورت نے اپنے زیورات پر 7000 روپے زکوٰۃ ادا کی بتایئے اس نے کتنی مالیت کے زیورات پر زکوٰۃ ادا کی ۔

6
الجبرا



6.1 تعارف

جماعت ششم میں ہم پڑھ چکے ہیں کہ الجبرے میں عددی علامتوں کے علاوہ اعداد کے لیے حُروف .a, b, c, d وغیرہ بھی استعمال کرتے ہیں اور یہ کہ حساب الجبرے کی ایک خاص شکل ہے یا الجبرا حساب کی ایک عمومی شکل ہے ، کیونکہ الجبرے میں عام کلیات کے اظہار کے لیے حُروف اور دیگر علامتیں استعمال کی جاتی ہیں ۔ ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ

الجبری جملوں میں حسابی جملے

7 ‘ 8 + 5 ‘ 8 − 9 + 2 ÷ 6 ‘ 8 + 3 × 2 وغیرہ اور ایسے مجموعے ، فرق ، حاصل ضرب اور حاصل تقسیم شامل ہیں جن میں متغیر (x, y, z) وغیرہ استعمال ہو رہے ہوں ۔ جیسے

$$ab + bc, \quad 3y - 4, \quad \frac{x-7}{y}$$

مزید مثالیں مندرجہ ذیل ہیں ۔

$$9 + 16, \quad 8 \div 2, \quad 5 \times 7, \quad 8 \div 2 - 4 \times 3 \times 6,$$

$$x + 2y, \quad \frac{3z+t}{5}$$

6.2 جملے کی رقوم اور عددی سر (اعادہ)

الجبری جملے

$a + 3b + 5c - 2d$ میں

$a, + 3b, + 5c, - 2d$ دیے گئے جملے کی رقمیں ہیں جن کی تعداد چار ہے ۔

اسی طرح

$6a^2 - 2b^2 + 5ab + 3bc - d$ میں

$6a^2, - 2b^2, + 5ab, + 3bc, - d$

الجبری جملے کی رقمیں ہیں اور ان کی تعداد پانچ ہے ۔

$6a^2$ میں a^2 کا عددی سر 6 ہے ۔

$-2b^2$ میں b^2 کا عددی سر -2 ہے ۔

$5ab$ میں ab کا عددی سر 5 ہے ۔

$3bc$ میں bc کا عددی سر 3 ہے ۔

$-d$ میں d کا عددی سر -1 ہے ۔

نیز $\frac{2a}{b} + 5c - 3d^2$

میں $\frac{2a}{b}\ , 5c, - 3d^2$

الجبری جملے کی رقوم ہیں جن کی تعداد تین ہے ۔

ہم قسم رقوم :

$9xy^3$ میں دو قسم کے اجزائے ضربی ہیں ۔

9 اور xy^3

9 کو اس رقم کا "مستقل جزو ضربی" اور xy^3 کو "متغیراتی جزو ضربی" کہتے ہیں ۔

اسی طرح $-12xyz^2$

میں بھی دو قسم کے اجزائے ضربی ہیں جو کہ -12 اور xyz^2 ہیں ۔ -12 کو **مستقل جزو ضربی** اور $xy.z^2$ کو **متغیراتی جزو ضربی** کہتے ہیں ۔

اگر دو رقوم کے متغیراتی جزو ضربی ایک ہی ہوں تو انھیں **ہم قِسم رقوم** کہتے ہیں ۔

مثلاً

$5xy$ اور $-8xy$ دونوں میں **متغیراتی جزو ضربی** "xy" ہے ۔ اِس لیے یہ ہم قسم رقوم ہیں ۔مگر $-9xy$ اور $12x^2y^2$ ہم قسم رقوم نہیں ہیں ۔ کیونکہ دونوں کے متغیراتی جزوضربی مختلف ہیں ۔ پہلی رقم میں متغیراتی جزوضربی "xy" ہے جبکہ دُوسری رقم میں متغیراتی جزو ضربی "x^2y^2" ہے ۔

نوٹ : "ہم قِسم رقوم کے لیے ضروری نہیں کہ ان کے مستقل اجزائے ضربی ایک ہی ہوں"۔



6.3 الجبری جُملے

مثال 1 الجبری جُملے $3xy^2 - 5x + 3 + 4x - 6xy^2 + 8$ میں ہم قِسم رقوم بتایئے ۔

حل $3xy^2 - 5x + 3 + 4x - 6xy^2 + 8$ میں چھے رقوم ہیں ۔ ان میں

(i) $3xy^2$ اور $-6xy^2$ ہم قسم رقوم ہیں کیونکہ ان کے متغیراتی اجزائے ضربی (xy^2) ایک ہی ہیں ۔

(ii) $-5x$ اور $4x$ ہم قِسم رقوم ہیں ۔

(iii) 3 اور 8 ہم قِسم رقوم ہیں ۔

مثال 2 $ab^2 + 3bc + 4 + 8bc - 9ab^2$ میں ہم قسم رقوم بتایئے ۔

حل $ab^2 + 3bc + 4 + 8bc - 9ab^2$ میں پانچ رقوم ہیں ۔

(i) ab^2 اور $-9ab^2$ ہم قِسم رقوم ہیں ۔

(ii) $+3bc$ اور $+8bc$ ہم قِسم رقوم ہیں ۔

(iii) 4 جیسی کوئی اور رقم اس جملے میں موجود نہیں ہے ۔

مثال 3 $a^2 + b^2 + ab$

میں ہم قسم رقوم بتایئے ۔

حل $a^2 + b^2 + ab$ میں تین رقوم ہیں اور یہ تینوں رقوم مختلف قسم کی ہیں ۔

مشق 6.1

عددی سر لکھیے ۔

1. $6x$
2. $25y$
3. $-8z$
4. $15xy^2$
5. $-32z^3$
6. $9xyz$
7. $-x$
8. $3x + 5y - 6z$
9. $-\frac{5x}{8} + 15xy^2 - 5y^2z$
10. $15xyz^2t + 5y$
11. $-3x^2 + \frac{5z}{8}$
12. $-ax^2 + bx$
13. $5xy^2z + 2x^2yz - 7xyz^2$

ہم قِسم رقوم بتایئے ۔

14. $3y^2 + 5y^3 - 7y + 4 + 7y - 2y^2$
15. $4b^2 + 3b - 3 - 7b^2 + 5b$
16. $2y^2 + 8x^2 - 2y^2 + 8z^2 - 6z$
17. $3t + 4v + 5u - 7v$

6.4 الجبری جملوں کا اختصار

الجبری جملوں کے اختصار کے طریقوں کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی جاتی ہے ۔

مثال مختصر کیجیے ۔

$a + 3b + 2a + 4b$

حل

(ہم قسم رقوم کو ایک ساتھ لکھنے سے)

$$a + 3b + 2a + 4b = a + 2a + 3b + 4b$$

$$= (1 + 2) \times a + (3 + 4) \times b$$ (خاصیت تقسیمی)

$$= 3a + 7b$$

مثال 2 مختصر کیجیے۔

$$3a^2 + 5bc + 7b^2 + 3bc + 8a^2 + 2b^2$$

حل

$$3a^2+5bc+7b^2+3bc+8a^2+2b^2 = +3a^2+8a^2+5bc+3bc+7b^2+2b^2$$

ہم قسم رقوم کو یکجا کرنے سے

$$= (3 + 8)\, a^2 + (5 + 3)\, bc + (7 + 2)\, b^2$$

$$= 11a^2 + 8bc + 9b^2$$

مثال 3 مختصر کیجیے۔

$$5c^2 + 7d^2 + 3cd + 2bc + 3c^2 + 5d^2$$

حل

$$5c^2+7d^2+3cd+2bc+3c^2+5d^2 = 5c^2+3c^2+7d^2+5d^2+3cd+2bc$$

$$= (5 + 3)\, c^2 + (7 + 5)\, d^2 + 3cd + 2bc$$

$$= 8c^2 + 12d^2 + 3cd + 2bc$$

مشق 6.2

مختصر کیجیے ۔

1. $7a + 5b + 12a + 4b$
2. $2a + 3b + 5a + 7b$
3. $3a + b + 7a + 6b$
4. $9b^2 + 2c^2 + b^2 + 8c^2$
5. $a + b + c + 2a + 3b + c$
6. $12a + 3b + 6c + 8a + 5b$
7. $3b^2 + 5c^2 + 2b^2 + 3c^2$
8. $2ab + 3bc + 4cd + 5ab + 8bc$
9. $15a^2 + 13b^2 + 2ab + 12a^2 + 10b^2 + 8ab$
10. $7a + 3b + 5c + 6a + 3b + 2c + 3d$
11. $2a + 6b + 4a + 2b + 7a + 3b$
12. $a + 2b + 3c + 4d + 2a + 5b + 6c + 7d$

6.5 مرکب الجبری جملوں کی جمع

مثال 1 $(3a + 2b)$ میں $(2a + 5b)$ جمع کیجیے ۔

حل

$3a + 2b + 2a + 5b.$

$= a+a+a + b + b + a + a + b + b + b + b + b$

$= \underline{a+a+a+a+a} + \underline{b+b+b+b+b+b+b}$

$= 5a + 7b.$

مختصر طریقہ :

دیے ہُوئے جملوں کو اِس طرح اُوپر نیچے لکھتے ہیں کہ ہم قسم رقوم اُوپر نیچے آجائیں اور پھر ان رقوم کو جمع کرنے سے دِیے ہُوئے جملوں کا حاصل جمع آجاتا ہے ۔

$$\begin{array}{r} 3a + 2b \\ 2a + 5b \\ \hline 5a + 7b \end{array}$$

مثال 2 جمع کیجیے۔

$3a + 4b + 5c, \quad 6a + 7b + 8c, \quad 7a + 8b + 9c$

حل

$$\begin{array}{r} 3a + 4b + 5c \\ 6a + 7b + 8c \\ 7a + 8b + 9c \\ \hline 16a + 19b + 22c \end{array}$$

16a: a کے عددی سروں کو جمع کرنے سے

19b: b کے عددی سروں کو جمع کرنے سے

22c: c کے عددی سروں کو جمع کرنے سے

مثال 3 جمع کیجیے۔

$5a^2+3b^2+5c^2, \; 3a^2+5b^2+3c^2, \; 5a^2+5b^2+5c^2$

حل

$$\begin{array}{r} 5a^2 + 3b^2 + 5c^2 \\ 3a^2 + 5b^2 + 3c^2 \\ 5a^2 + 5b^2 + 5c^2 \\ \hline 13a^2 + 13b^2 + 13c^2 \end{array}$$

مشق 6.3

حاصل جمع معلوم کیجیے۔

1. $2a + 3b + 4c, \; 3a + 4b + 5c, \; 4a + 5b + 6c$

2. $4a + 6b + 4c,\ 8a + 5b + 5c,\ 7a + 7b + 8c$

3. $5a + 3b + 2c,\ 7a + 6b + 4c,\ 3a + 2b + 4c$

4. $9d + 3e + 5f,\ 6d + 5f + 5e,\ 3d + 5e + 7f$

5. $4.5a + 5.7b + 3.2c,\ 5.2a + 2.1b + 3c,$
$9.2a + 3.7b + 8.2c$

6. $5.7a + 3.2b + 4.9c,\ 4.2a + 3b + 2.9c,$
$6.5a + 7.3b + 2.7c$

7.
$$\begin{array}{l} 5a + 7b + 9c \\ 7a + 9b + 11c \\ 9a + 11b + 13c \\ \hline \end{array}$$

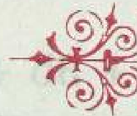
8.
$$\begin{array}{l} 5a + 8b + 8c \\ 6a + 9b + 4c \\ 8a + 5b + 13c \\ \hline \end{array}$$

9.
$$\begin{array}{l} 12a + 3c + 5e \\ 8a + 6c + 6e \\ 5a + 4c + 7e \\ \hline \end{array}$$

10.
$$\begin{array}{l} 2b + 3c + 7d \\ 8b + 10c + 9d \\ 6b + 7c + 6d \\ \hline \end{array}$$

11. $2a^2 + 3b^2 + 4c^2,\ 6a^2 + 8b^2 + 4c^2,\ 3a^2 + 2b^2 + 3c^2,$

12. $5b^2 + 6bc + 7c^2,\ 3b^2 + 15bc + c^2,\ 8b^2 + 9bc + 5c^2$



6.6 الجبری جملوں کی تفریق

مثال 1 $(5a + 7b + 9c)$ میں سے $(3a + 5b + 7c)$ کو تفریق کیجیے۔

حل

$$\begin{array}{r} 5a + 7b + 9c \\ \underline{\pm 3a} \ \underline{\pm} \ 5b \ \underline{\pm} \ 7c \\ \hline 2a + 2b + 2c \end{array}$$

جس جملے کو تفریق کرنا ہے اس کی ہر رقم کی علامت تبدیل کر دیتے ہیں اور اس تبدیل شدہ جملے کو پہلے جملے میں جمع کرتے ہیں ۔

مثال 2 $(4a + 6b + 8c)$ میں سے $(2a + 3b + 4c)$ کو تفریق کیجیے ۔

حل نیچے کے جملے کی ہر رقم کی علامت بدلنے سے مثبت علامت منفی میں بدل جائے گی ۔

$$\begin{array}{r} 4a + 6b + 8c \\ \underline{\overset{-}{+}2a \overset{-}{+} 3b \overset{-}{+} 4c} \\ 2a + 3b + 4c \end{array}$$

مثال 3 $5c^2 + 4d^2 + 6e^2$ میں سے $2c^2 + 3d^2 + 4e^2$ کو تفریق کیجیے ۔

حل

$$\begin{array}{r} 5c^2 + 4d^2 + 6e^2 \\ \underline{\overset{-}{+}2c^2 \overset{-}{+} 3d^2 \overset{-}{+} 4e^2} \\ 3c^2 + d^2 + 2e^2 \end{array}$$

مشق 6.4

پہلے جملے میں سے دُوسرا جملہ تفریق کیجیے ۔ (بائیں سے دائیں پڑھیے) ۔

1. $6a + 7b + 8c, \; 2a + 3b + c$
2. $9a + 11b + 15c, \; 5a + 3b + 9c$
3. $13a + 10b + 7c, \; 8a + 7b + 3c$
4. $23b + 29c + 31d, \; 17b + 19c + 23d$
5. $9b + 8c + 6d, \; 3b + 5c + 4d$
6. $12c + 18d + 10e, \; 7c + 12d + 2e$
7. $7c + 5d + 3e, \; 2c + 3d + 3e$
8. $13a + 8b + 12c, \; 9a + 3b + 5c$

9. $14a^2 + 15b^2 + 16c^2,\ 8a^2 + 10b^2 + 12c^2$
10. $16a^2 + 13b^2 + 9c^2,\ 14a^2 + 9b^2 + 8c^2$
11. $25c^2 + 21d^2 + 18e^2,\ 18c^2 + 16d^2 + 15e^2$
12. $38ab + 14bc + 32cd,\ 18ab + 8bc + 28cd$



6.7 یک رقمی الجبری جملوں کی ضرب

اعداد کو ضرب دینے کا طریقہ ہم جانتے ہیں ۔ مثلاً

$$4 \times 7 = 28,\ 8 \times 9 = 72$$

اب اگر 5a کو 3a سے ضرب دینا ہو تو جہاں ہم 5 کو 3 سے ضرب دیں گے وہاں ہم a کو a سے بھی ضرب دیں گے ۔ اس لیے پہلے ہمیں یہ معلوم ہونا چاہیے کہ a, b, c, d وغیرہ جب اعداد کو ظاہر کر رہے ہوں تو انھیں کیسے ضرب دی جاتی ہے ۔

ہم $a \times a$ کو a^2 سے ظاہر کرتے ہیں۔

اسی طرح $a \times a \times a$ کو a^3 اور $a \times a \times a \times a$ کو a^4 لکھیں گے ۔

اور

$$b \times b \times b \times b \times b = b^5$$

(i) a^3 میں 'a' کو اساس اور '3' کو قوت نما کہیں گے ۔

(ii) b^5 میں

اساس = b ، قوت نما = 5

(iii) c^8 میں

اساس = c ، قوت نما = 8

مندرجہ ذیل پر غور کریں ۔

(i) $x \,.\, x^5 = x \,.\, (x \,.\, x \,.\, x \,.\, x \,.\, x)$
$= x \,.\, x \,.\, x \,.\, x \,.\, x \,.\, x$
$= x^6$

(ii) $x^3 . x^4 = (x . x . x) . (x . x . x . x)$
$= x . x . x . x . x . x . x$
$= x^7$

(iii) $x^6 . x^2 = (x . x . x . x . x . x) . (x . x)$
$= x . x . x . x . x . x . x . x$
$= x^8$

ہم دیکھتے ہیں کہ

(i) $x . x^5 = x^6$
اور $1 + 5 = 6$

(ii) $x^3 . x^4 = x^7$
اور $3 + 4 = 7$

(iii) $x^6 . x^2 = x^8$
اور $6 + 2 = 8$

گویا : اگر دو یک رقمی جملوں کی اساس ایک ہی ہو تو ان کو ضرب دیتے وقت قوت نماؤں کو جمع کرتے ہیں ۔

یعنی

$x^m . x^n = x^{m+n}$ جبکہ m, n قدرتی اعداد ہوں ۔

مثال 1 $a^5 . a^2$ کو حل کیجیے ۔

حل

$a^5 . a^2$
$= a^{5+2}$
$= a^7$

مثال 2 $5a \times 3a$ کو حل کیجیے

$= 5 \times 3 \times a \times a$

$= 15a^2$

مثال 3 $6b^3 \times 7b^5$ کو حل کیجیے۔

حل

$6b^3 \times 7b^5$

$= 6 \times 7 \times b^3 \times b^5$

$= 42 \times (b \times b \times b) \times (b \times b \times b \times b \times b)$

b^3 b^5

$= 42b^8$ (b کو 8 مرتبہ لے کر باہم ضرب دی گئی ہے)

مثال 4 $8a^4$ کو $9b^3$ سے ضرب دیجیے۔

حل

$8a^4 \times 9b^3$

$= 8 \times 9 \times a^4 \times b^3$

$= 72a^4b^3$

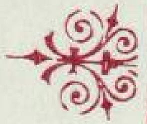
(a^4 اور b^3 میں چونکہ اساس مختلف ہیں اس لیے قوت نما جمع نہیں ہوسکتے)

مشق 6.5

دیے ہُوئے جملوں کا حاصل ضرب معلوم کیجیے۔

1. $5a, 12a$
2. $15b, 8b$
3. $6c, 9d$
4. $13a^2, 2a^8$
5. $4b^6, 4b^{10}$
6. $10d^2, 5d^7$
7. $3c^7, 8d^2$
8. $13e^2, 4e^6$
9. $15bc, 8b^2c^3$
10. $4a^2b, 9ab^2$

11. 11cde, $3c^2d^3e^4$ 12. $2a^2bc$, 4ab



6.8 الجبری جملوں کی ضرب جب جملوں میں ایک سے زیادہ رقوم ہوں

مثال 1 2a + 3b کو 6 سے ضرب دیجیے۔

حل

$$\begin{array}{r} 2a + 3b \\ \times 6 \\ \hline 12a + 18b \end{array}$$

(6 × 2a) ⟵ 12a + 18b ⟶ (6 × 3b)

جملے کی ہر رقم کو الگ الگ 6 سے ضرب دی

مثال 2 3c + 5d کو 4c + 2d سے ضرب دیجیے۔

حل

$$\begin{array}{r} 3c + 5d \\ \times\ 4c + 2d \\ \hline 12c^2 + 20cd \\ 6cd + 10d^2 \\ \hline 12c^2 + 26cd + 10d^2 \end{array}$$

$12c^2 + 20cd$ ⟶ (i) (پہلے اوپر والے جملے کی ہر رقم کو 4c سے ضرب دینے سے)

$6cd + 10d^2$ ⟶ (ii) (اوپر کے جملے کی ہر رقم کو 2d سے ضرب دینے سے اور ہم قسم رقوم اُوپر نیچے لکھنے سے)

$12c^2 + 26cd + 10d^2$ (حاصل ضرب کے طور پر آنے والے جملہ (i) اور (ii) کو جمع کیا)

مثال 3 6a + 8b + 12c کو $2a^2 + 3b^2$ سے ضرب دیجیے۔

حل

$$\begin{array}{l} 6a + 8b + 12c \\ \times 2a^2 + 3b^2 \\ \hline (12a^3 + 16a^2b + 24a^2c) + (18ab^2 + 24b^3 + 36b^2c) \end{array}$$

حاصل ضرب

$12a^3 + 16a^2b + 24a^2c + 18ab^2 + 24b^3 + 36b^2c)$

مشق 6.6

دیے ہوئے جملوں کا حاصل ضرب معلوم کیجیے ۔

1 $4a + 2b, 8$

2. $3b + 5c, 12$

3 $4a + 2b, 2a + 4b$

4. $7a + 8b + 9c, 8$

5. $11c + 15d + 20e, 6$

6. $8c + 12d + 16e, 3c + 2d$

7. $5b^2 + 9c^4 + 13d^6, 2b^2 + 6d^4$

8. $2a^2 + 4b^2 + 6c^8, 6a^4 + 4b^3$

9. $a + b + c, a + b + c$

10. $a^3 + a^2b + ab^2 + b^3, a + b$

11. $9c + 13d + 17e, b + k$

12. $a + b + c, d + e + f$

13. $a^2 + ab + b^2, a + b$

6.9 یک رقمی جملوں کی تقسیم

مثال 1 a^5 کو a^3 پر تقسیم کیجیے جبکہ $a \neq 0$

حل

$$a^5 \div a^3$$

$$= \frac{a^5}{a^3} = \frac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a} = a \times a$$

$$= a^2$$

مثال 2 a^7 کو a^4 پر تقسیم کیجیے جبکہ $a \neq 0$

حل

$$a^7 \div a^4$$

$$= \frac{a^7}{a^4}$$

$$= \frac{a \times a \times a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a}$$

$$= a \times a \times a = a^3$$

مثال 3 b^8 کو b^4 پر تقسیم کیجیے جبکہ $b \neq 0$

حل

$$b^8 \div b^4$$

$$= \frac{b^8}{b^4}$$

$$= \frac{b \times b \times b \times b \times b \times b \times b \times b}{b \times b \times b \times b}$$

$$= b \times b \times b \times b = b^4$$

ہم دیکھتے ہیں کہ

(i) $a^5 \div a^3 = a^2$

اور $5 - 3 = 2$

(ii) $a^7 \div a^4 = a^3$

اور $7 - 4 = 3$

(iii) $b^8 \div b^4 = b^4$

$8 - 4 = 4$

گویا: ایک ہی غیر صفر اساس کے یک رقمی جملے کو کسی دوسرے یک رقمی جملے پر تقسیم کرتے وقت مقسوم کے قوت نما میں سے مقسوم علیہ کا قوت نما تفریق کیا جاتا ہے۔

یعنی $a^m \div a^n = a^{m-n}$ جبکہ m, n قدرتی اعداد ہوں۔

نوٹ : $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ میں n کی بجائے m لکھنے سے

$$\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m}$$

$$= a^0$$

پس $a^0 = 1$ بشرطیکہ $a \neq 0$

مثال 4 b^9 کو b^5 پر تقسیم کیجیے جبکہ $b \neq 0$

حل

$$b^9 \div b^5$$

$$= b^{9-5}$$

$$= b^4$$

مثال 5 a^6c^5 کو ac^3 پر تقسیم کیجیے جبکہ $c \neq 0,\ a \neq 0$

حل

$$a^6c^5 \div ac^3$$

$$= \frac{a^6c^5}{ac^3}$$

$$= a^{6-1}\,c^{5-3} = a^5c^2$$

مثال 6 $8a^5$ کو $4a^2$ پر تقسیم کیجیے جبکہ $a \neq 0$

حل

$$8a^5 \div 4a^5$$

$$= \frac{8a^5}{4a^5}$$

$$= \frac{8}{4} \times \frac{a^5}{a^5}$$

$$= 2a^{5-5} = 2a^0$$

مثال 7 $18a^4b^6c^8$ کو $6abc^2$ پر تقسیم کیجیے جبکہ

$$a \neq 0,\ b \neq 0,\ c \neq 0$$

حل

$$18a^4b^6c^8 \div 6abc^2$$

$$= \frac{18a^4b^6c^8}{6abc^2} = \frac{18}{6} \times \frac{a^4}{a} \times \frac{b^6}{b} \times \frac{c^8}{c^2}$$

$$= 3a^{4-1} \times b^{6-1} \times c^{8-2}$$

$$= 3a^3b^5c^6$$

یا مختصراً

$$\frac{18a^4b^6c^8}{6abc^2}$$

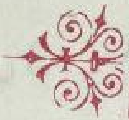
$$= 3a^{4-1} \times b^{6-1} \times c^{8-2}$$

$$= 3a^3b^5c^6$$

مشق 6.7

خارج قسمت معلوم کریں ۔

1. $a^3 \div a^2$
2. $a^6 \div a^3$
3. $b^{12} \div b^7$
4. $c^{15} \div c^6$
5. $d^{13} \div d^4$
6. $a^{18} \div a^{10}$
7. $b^4c^9 \div b^2c^4$
8. $b^5c^{10} \div b^3c^6$
9. $c^{13}d^{12} \div c^6d^8$
10. $12a^9 \div 3a^3$
11. $25b^{14} \div 5b^6$
12. $35c^{17} \div 5c^{12}$
13. $48b^6c^8 \div 6b^3c$
14. $54c^{12}d^4 \div 9c^8d^3$



6.10 ایک سے زیادہ رقوم والے جملوں کی یک رقمی جملوں سے تقسیم

تقسیم کرنے کے طریقے کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں سے کی گئی ہے -

مثال 1 پہلا طریقہ

$$(8a^2 + 12ab) \div 4a$$

$$= \frac{8a^2 + 12ab}{4a}$$

$$= \frac{8a^2}{4a} + \frac{12ab}{4a}$$ (ہر رقم کو 4a پر تقسیم کرنے سے)

$$= 2a + 3b$$

دوسرا طریقہ

$$\begin{array}{r} 2a + 3b \\ 4a \overline{)\, 8a^2 + 12ab} \\ \pm 8a^2 \quad\quad\quad \\ \hline 12ab \\ \pm 12ab \\ \hline 0 \end{array}$$

مثال 2 $24a^6 + 30a^8$ کو $6a^3$ پر تقسیم کیجیے -

حل

$$\begin{array}{r} 4a^3 + 5a^5 \\ 6a^3 \overline{)\, 24a^6 + 30a^8} \\ \pm 24a^6 \quad\quad\quad \\ \hline +30a^8 \\ \pm 30a^8 \\ \hline 0 \end{array}$$

تشریح

$$\frac{24a^6}{6a^3} = \frac{24}{6} \times \frac{a^6}{a^3} = 4a^3$$

$$6a^3 \times 4a^3 = 6 \times 4 \times a^3 \times a^3 = 24a^6.$$

$$\frac{30a^8}{6a^3} = \frac{30}{6} \times \frac{a^8}{a^3} = 5a^5$$

$$6a^3 \times 5a^5 = 6 \times 5 \times a^3 \times a^5 = 30a^8$$

مثال 3 $49a^8c^9+21a^4c^6+35a^7c^5$ کو $7a^2c^2$ پر تقسیم کریں ۔

$$
\begin{array}{r|l}
7a^2c^2 \;\overline{)\; 49a^8c^9 + 21a^4c^6 + 35a^7c^5} & \\
\quad\text{quotient: } 7a^6c^7 + 3a^2c^4 + 5a^5c^3 & \\
\pm 49a^8c^9 & \\
\hline
21a^4c^6 & \\
\pm 21a^4c^6 & \\
\hline
35a^7c^5 & \\
\pm 35a^7c^5 & \\
\hline
0 &
\end{array}
$$

$$\frac{49a^8c^9}{7a^2c^2} = 7a^6c^7$$

$$7a^2c^2 \times 7a^6c^7 = 49a^8c^9.$$

$$\frac{21a^4c^6}{7a^2c^2} = 3a^2c^4$$

$$7a^2c^2 \times 3a^2c^4 = 21a^4c^6.$$

$$\frac{35a^7c^5}{7a^2c^2} = 5a^5c^3$$

$$7a^2c^2 \times 5a^5c^3 = 35a^7c^5.$$

نوٹ : اوپر حل کی ہوئی مثالوں میں لکھی گئی تشریح صرف وضاحت کے لیے ہے مشق ہو جانے کے بعد طلبہ کو اس کے لکھنے کی ضرورت نہیں ۔

مشق 6.8

حل کیجیے ۔

1. $(6a^4+9a^8)\div 3a^2$
2. $(10a^6+20a^{12})\div 5a^4$
3. $(12a^2b^2+18a^5b^5)\div 6ab$
4. $(7a^3b^3+14a^5b^5+21a^7b^7)\div 7a^2b^2$
5. $(15a^7 + 10a^3 + 5a)\div 5a$
6. $(34b^6c^4 + 68b^7c^8 + 85b^5c^3)\div 17b^2c^2$
7. $(45c^3d^3 + 63c^5d^5 + 81c^8d^6)\div 9c^3d^3$
8. $(5d^4e^5 + 7d^5e^6 + 11d^6e^7)\div d^3e^2$



6.11 جملوں کی ترتیب صعودی اور نزولی

صعود کے ایک معنی بڑھنا اور نزول کے ایک معنی کم ہونا کے ہیں ۔

(i) جملہ $a^3 + a^2 + 2a$

a کے لحاظ سے ترتیب نزولی میں ہے ۔ کیونکہ a کے قوت نما کم ہو رہے ہیں ۔ اگر اسے ترتیب صعودی میں لکھیں تو اس کی ترتیب مندرجہ ذیل ہوگی ۔

$$2a + a^2 + a^3$$

(ii) جملہ $a^3 + 2a^2b + 3ab^2$

a کے لحاظ سے ترتیب نزولی میں ہے کیونکہ a کے قوت نما کم ہو رہے ہیں ۔ اور b کے لحاظ سے ترتیب صعودی میں ہے کیونکہ b کے قوت نما بڑھ رہے ہیں ۔

(iii) اِسی طرح جملہ

$$5b^4c + 7b^2c^3 + bc^4$$

b کے لحاظ سے ترتیب نزولی میں اور c کے لحاظ سے ترتیب صعودی میں ہے ۔



6.12 دو یا دو سے زیادہ رقوم والے جُملوں کی دو رقمی جُملوں سے تقسیم

پہلے مقسوم اور مقسوم علیہ دونوں کو کسی ایک علامت کے لحاظ سے ترتیب نزولی یا ترتیب صعودی میں لکھیں گے اور پھر تقسیم کا عمل کریں گے ۔

مثال 1 $a^2 + 2ab + b^2$ کو $a + b$ سے تقسیم کیجیے ۔

حل دونوں جملے a کے لحاظ سے نزولی ترتیب میں ہیں ۔

تشریح

$$
\begin{array}{r|l}
 & a + b \\
a+b & \overline{)\, a^2 + 2ab + b^2} \\
 & \pm a^2 \pm ab \\
\hline
 & ab + b^2 \\
 & \pm ab \pm b^2 \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

$\frac{a^2}{a} = a.$

$a \times (a + b) = a^2 + ab$

$2ab - ab = ab$

$\frac{ab}{a} = b.$

$b \,.\, (a + b) = ab + b^2$

$(ab + b^2) - (ab + b^2) = 0$

پس $= a + b.$ خارج قسمت

مثال 2 $8a^3 + 6a^2b + 3ab^2 + b^3$ کو $(2a + b)$ پر تقسیم کریں۔

حل دونوں جملے a کے لحاظ سے ترتیب نزولی میں ہیں۔

تشریح

$$
\begin{array}{r|l}
 & 4a^2 + ab + b^2 \\
2a+b & \overline{)\, 8a^3 + 6a^2b + 3ab^2 + b^3} \\
 & \pm 8a^3 \pm 4a^2b \\
\hline
 & 2a^2b + 3ab^2 \\
 & \pm 2a^2b \pm ab^2 \\
\hline
 & 2ab^2 + b^3 \\
 & \pm 2ab^2 \pm b^3 \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

$\frac{8a^3}{2a} = 4a^2$

$4a^2(2a + b) = 8a^3 + 4a^2b$

$(8a^3 + 6a^2b) - (8a^3 + 4a^2b)$

$= 2a^2b.$

$\frac{2a^2b}{2a} = ab$

$ab(2a + b) = 2a^2b + ab^2$

$(2a^2b + 3ab^2) - (2a^2b + ab^2)$

$= 2ab^2$

$\frac{2ab^2}{2a} = b^2$

$b^2(2a + b) = 2ab^2 + b^3$

$(2ab^2 + b^3) - (2ab^2 + b^3) = 0$

پس $= 4a^2 + ab + b^2$ خارج قسمت

مشق 6.9

ذیل میں خارج قسمت معلوم کیجیے۔

1. $(2a^2 + 7ab + 6b^2) \div (a + 2b)$
2. $(10c^2 + 29cd + 21d^2) \div (2c + 3d)$
3. $(8b^2 + 8bc + 2c^2) \div (2b + c)$
4. $(8a^3b + 26a^2b^2 + 15ab^3) \div (2a + 5b)$
5. $(15b^4c^2 + 41b^3c^3 + 28b^2c^4) \div (3b + 4c)$
6. $(75c^5d^3 + 150c^4d^4 + 63c^3d^5) \div (5c + 7d)$
7. $(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) \div (a + b)$
8. $(c^3 + 4c^2d + 4cd^2 + 3d^3) \div (c + 3d)$
9. $(c^4 + c^3d + 2c^2d^2 + cd^3 + d^4) \div (c^2 + d^2)$
10. $(6b^6c^3 + 13b^5c^4 + 18b^4c^5 + 8b^3c^6) \div (3b^2c + 2bc^2)$



مساوات



7.1 ایک متغیر میں یک درجی مساوات کا تصور

جماعت ششم میں ہم الجبری فقروں کے بارے میں پڑھ چکے ہیں اور جانتے ہیں کہ بنیادی طور پر فقرے تین قِسم کے ہوتے ہیں ۔

1. ایسے فقرے جو دیے ہوئے تعلق کے لحاظ سے درست ہوں ۔ درست فقرے کہلاتے ہیں مثلاً

$12 - 7 = 16 - 11$ (بائیں سے دائیں طرف پڑھیں)

$70 + 7 > 30 + 5$

$30 < 55 - 2$

درست فقروں کی مثالیں ہیں ۔

2. ایسے فقرے جو دیے ہُوئے تعلق کے لحاظ سے غلط ہوں غلط فقرے کہلاتے ہیں مثلاً

$16 + 4 = 18 + 5$

$30 - 2 < 12$

$50 + 7 > 60 + 8$

غلط فقروں کی مثالیں ہیں ۔

3. کھلے فقرے : ایسے الجبری فقرے جن کے صحیح یا غلط ہونے کے بارے میں اس وقت تک فیصلہ کرنا ممکن نہیں ہوتا جب تک کہ متغیر مقداروں کی قیمت معلوم نہ ہو کھلے فقرے کہلاتے ہیں مثلاً

$$2x + 8 = 18$$

$$6y + 7 = 9 - y$$

$$3y - 2 > 8$$

کھلے فقروں کی مثالیں ہیں ۔ ان میں جب تک x اور y کی قیمتیں معلوم نہ ہوں اُس وقت تک اُن کے غلط یا درست ہونے کے بارے میں کچھ نہیں کہا جاسکتا ۔

اِن کُھلے فقروں میں سے

$2x + 8 = 18$ مساوات کہلاتی ہے ۔

اس میں ایک متغیر x استعمال ہُوا ہے ۔ اِس لیے یہ ایک متغیر میں مساوات ہے اور x کا قوت نما چونکہ "ایک" ہے ۔ اس لیے مساوات کا درجہ ایک ہے ۔ لہٰذا

$$2x + 8 = 18$$

ایک متغیر میں یک درجی مساوات ہے ۔

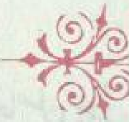
اِسی طرح $8x + 5 = 6x + 19$ بھی ایک متغیر میں یک درجی مساوات ہے ۔ اِسے سادہ مساوات یا خطی مساوات بھی کہتے ہیں ۔

$$3y - 7 = 17 + y$$

بھی ایک متغیر میں یک درجی مساوات ہے جبکہ

$3y - 2 > 8$ اور $6x + 7 < 2 - x$

ایک متغیر میں غیر مساواتیں ہیں ۔



7.2 مترادف مساواتیں

دو مساواتوں کو "مترادف" کہیں گے ۔ اگر ایک مساوات سے دوسری مساوات کو مندرجہ ذیل میں سے ایک یا ایک سے زیادہ عوامل کی مدد سے حاصل کرنا ممکن ہو ۔

1. کِسی ایک مساوات کے دونوں طرف ایک عدد جمع یا تفریق کرنے سے ۔

2. کسی ایک مساوات کے دونوں طرف ایک ہی غیر صفر عدد سے ضرب یا تقسیم کرنے سے مثلاً

$x + 5 = 11$ (مساوات کے دونوں طرف سے 5 تفریق کریں تو

حاصل ہونے والی مساوات)

$$x + 5 - 5 = 11 - 5$$

پہلی مساوات کے مترادف ہے اور جب

$$x + 5 - 5 = 11 - 5$$

کے دونوں طرف کے جملوں کو مختصر کریں گے تو

$x = 6$ حاصل ہوگا ۔ جو پہلی دونوں مساواتوں کے مترادف ہوگی ۔

$7x - 6 = 50$ کے دونوں طرف اگر 6 جمع کریں تو مساوات

$$7x - 6 + 6 = 50 + 6$$

حاصل ہوگی جو دی ہُوئی مساوات کے مترادف ہوگی ۔

اس دوسری مساوات کے دونوں طرف کے جملوں کو مختصر کریں گے تو مساوات

$7x = 56$ حاصل ہوگی جو پہلی دونوں مساواتوں کے مترادف ہے ۔

اب دونوں طرفین کو 7 سے تقسیم کریں گے تو مساوات

$\frac{7x}{7} = \frac{56}{7}$ حاصل ہوگی ۔

جو پہلی تینوں مساواتوں کے مترادف ہے اور اس طرح مساوات

$x = 8$ حاصل ہوگی ۔

کِسی دی ہُوئی مساوات کے مترادف جتنی بھی مساواتیں حاصل ہوتی ہیں ۔ ان میں متغیر کی قیمت ایک ہی ہوتی ہے ۔ اسی تصوّر کو مساواتوں کے حل کرنے میں استعمال کیا جاتا ہے ۔ جس کے بارے میں ہم آگے چل کر پڑھیں گے ۔

مثال $12y - 21 = 7y + 9$

کے مترادف دو مساواتیں لکھیے ۔

حل $12y - 21 = 7y + 9$

مساوات کے دونوں طرف 21 جمع کرنے سے مندرجہ ذیل مترادف مساوات حاصل ہوگی ۔

$$12y - 21 + 21 = 7y + 9 + 21$$
$$12y = 7y + 30$$

طرفین میں سے 7y تفریق کرنے پر

$$12y - 7y = 7y + 30 - 7y$$
$$5y = 30$$

یہ بھی دی ہوئی مساوات کے مترادف ہے ۔

اور اس طرح

$y = 6$ حاصل ہوگی ۔

مشق 7.1

1. مندرجہ ذیل فقرات میں سے مساواتیں الگ کیجیے ۔

(i) $x + 3 = 8$	(ii) $x - 5 = 13$	(iii) $3x > 24$
(iv) $y + 5 = 11$	(v) $y - 7 < 12$	(vi) $5y < 35$
(vii) $2x + 3 = 15$	(viii) $3y + 2 = 17$	(ix) $4x - 1 > 15$
(x) $8x + 7 = 2 + x$		

2. مندرجہ ذیل مساواتوں میں متغیرات کی تعداد اور ان کا درجہ بتایئے ۔

(i) $2x + 3 = x + 8$	(ii) $3x + 7 = x + 17$
(iii) $5y^2 + 3 = 8$	(iv) $5y + 3 = x + y$

(v) $8x - 7 = 43 - 2y^2$ (vi) $3x^2 - 2 = x + 3$
(vii) $7x + 3 = 4x + 15$ (viii) $4y - 5 = 5y - 6$

3 مندرجہ ذیل مساواتوں میں سے ہر ایک کے مترادف کم از کم ایک مساوات لکھیے ۔

(i) $3x + 2 = 7$ (ii) $3x + 7 = 21$
(iii) $7x + 7 = 4x + 5$ (iv) $1 - 7y = 15$
(v) $4y - 3 = 5y + 7$ (vi) $7 - 2x = x - 5$



7.3 ایک متغیر میں یک درجی مساواتوں کا حل

کِسی مساوات کے حل سے مُراد یہ ہے کہ اس میں سے متغیر کی قیمت معلوم کی جائے یعنی یہ معلوم کیا جائے کہ متغیر کی کِس قیمت کے لیے دیا ہُوا فقرہ یا مساوات درست فقرہ بن جاتی ہے ۔ متغیر کی حاصل ہونے والی قیمتوں پر مشتمل سیٹ کو مساوات کا حل سیٹ کہتے ہیں ۔ حل سیٹ معلُوم کرنے کے لیے مترادف مساواتوں کا تصوّر استعمال کیا جائے گا ۔ جس کی وضاحت مثالوں سے کی جا رہی ہے ۔

مثال 1 $y + 7 = 12$ کا حل سیٹ معلوم کیجیے ۔

حل

$$y + 7 = 12$$
$$y + 7 - 7 = 12 - 7$$
$$y = 5$$

پس حل سیٹ $\{5\}$ ہے

مثال 2 $3x + 7 = 31$ کا حل سیٹ معلوم کیجیے ۔

حل

$$3x + 7 = 31$$
$$3x + 7 - 7 = 31 - 7$$ (طرفین میں سے 7 تفریق کرنے سے)
$$3x = 24$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{24}{3}$$ (طرفین کو 3 سے تقسیم کرنے سے)

$$x = 8$$

پس حل سیٹ { 8 } ہے

مثال 3 $2(3x + 5) = 52$ کا حل سیٹ معلوم کیجیے۔

حل

$$2(3x + 5) = 52$$

$$\frac{2(3x+5)}{2} = \frac{52}{2}$$ (طرفین کو 2 سے تقسیم کرنے سے)

$$3x + 5 = 26$$

$$3x + 5 - 5 = 26 - 5$$ (طرفین میں سے 5 تفریق کرنے سے)

$$3x = 21$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{21}{3}$$ (طرفین کو 3 سے تقسیم کرنے سے)

$$x = 7$$

پس حل سیٹ { 7 } ہے

مثال 4 $11y + 1 = 7y + 5$ کا حل سیٹ معلوم کیجیے۔

حل

$$11y + 1 = 7y + 5$$

$$11y + 1 - 7y = 7y + 5 - 7y$$

$$4y + 1 = 5$$

$$4y + 1 - 1 = 5 - 1$$

$$4y = 4$$

$$\frac{4y}{4} = \frac{4}{4}$$

$$y = 1$$

پس حل سیٹ {1} ہے

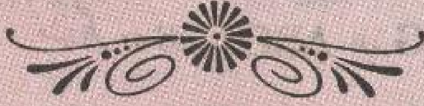
مشق 7.2

مندرجہ ذیل مساواتوں کے حل سیٹ معلوم کیجیے۔

1. $x + 9 = 15$
2. $x + 10 = 18$
3. $y - 6 = 4$
4. $y - 7 = 2$
5. $3y = 15$
6. $4y = 24$
7. $3x = 39$
8. $8x = 64$
9. $2x + 1 = 13$
10. $4y + 3 = 15$
11. $4x - 3 = 25$
12. $5y - 1 = 19$
13. $3x - 9 = 0$
14. $7y - 21 = 0$
15. $2x + 4 = 16$
16. $5y + 3 = 18$
17. $4x - 5 = 3$
18. $7x + 1 = 22$
19. $5(4x + 1) = 185$
20. $7(2y - 3) = 133$
21. $3(9x - 4) = 15$
22. $8(3y - 2) = 32$
23. $2x + 1 = x + 7$
24. $9x + 4 = 6x + 10$
25. $5x - 7 = 3x + 11$
26. $12y - 23 = 8y - 3$
27. $4y - 3 = 9y - 23$
28. $2x + 15 = 11x + 12$
29. $7x - 5 = 43 - 3x$
30. $19 - 3y = 41 - 4y$

8

عملی جیومیٹری



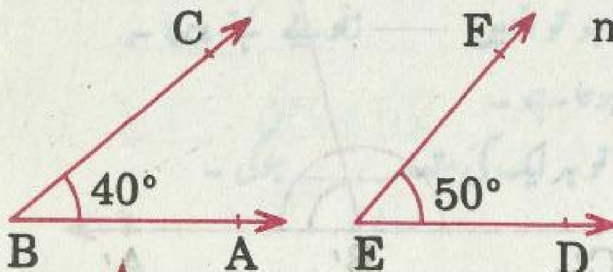


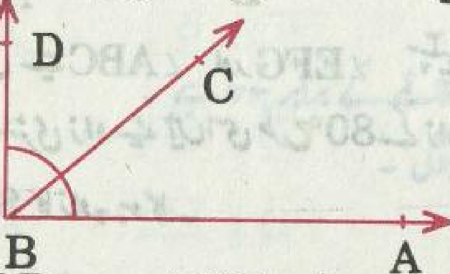
8.1 کمپلیمنٹری زاویے

"ایسے دو زاویے جن کی مقداروں کا مجموعہ 90 درجے ہو **کمپلیمنٹری زاویے** کہلاتے ہیں اور ان میں سے ہر زاویہ ایک دُوسرے کا کمپلیمنٹ ہوتا ہے"۔

مثلاً اگر دو زاویے ABC اور DEF ایسے ہوں کہ

$m\angle DEF = 50^\circ$ ، $m\angle ABC = 40^\circ$



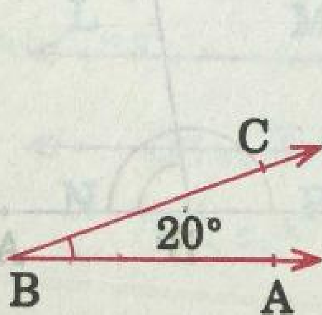


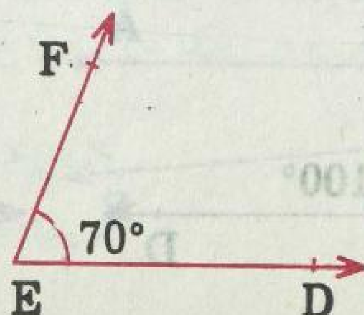
$= m\angle ABC + m\angle DEF$

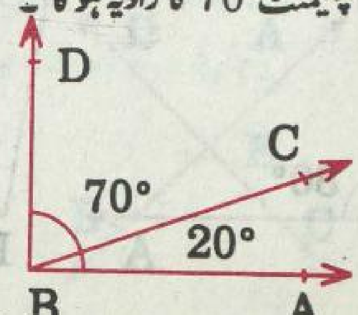
$= 40^\circ + 50^\circ$

$= 90^\circ$

اس لیے $\angle ABC$ اور $\angle DEF$ کمپلیمنٹری زاویے ہیں ۔اسی طرح $\angle ABC$ اور $\angle CBD$ بھی کمپلیمنٹری زاویے ہیں اِسی طرح 70° کے زاویے کا کمپلیمنٹ 20° کا زاویہ ہو گا اور 20° کے زاویے کا کمپلیمنٹ 70° کا زاویہ ہو گا۔



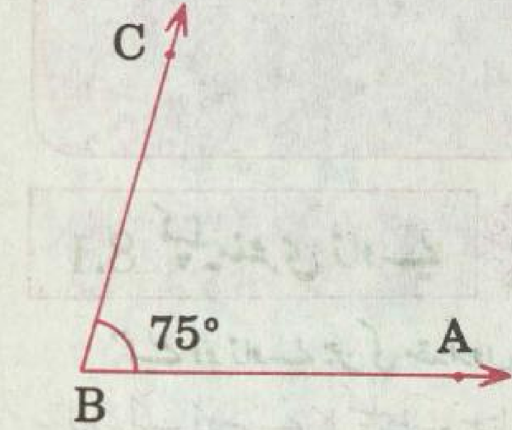






8.2 سپلیمنٹری زاویے

ایسے دو زاویے جن کی مقداروں کا مجموعہ 180 درجے ہو سپلیمنٹری زاویے کہلاتے ہیں اور ان میں سے ایک دوسرے کا سپلیمنٹ ہوتا ہے"۔



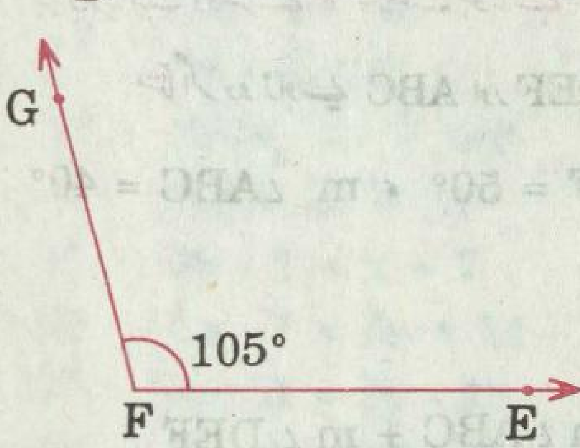
مثلاً اگر دو زاویے ABC اور EFG ایسے ہوں کہ

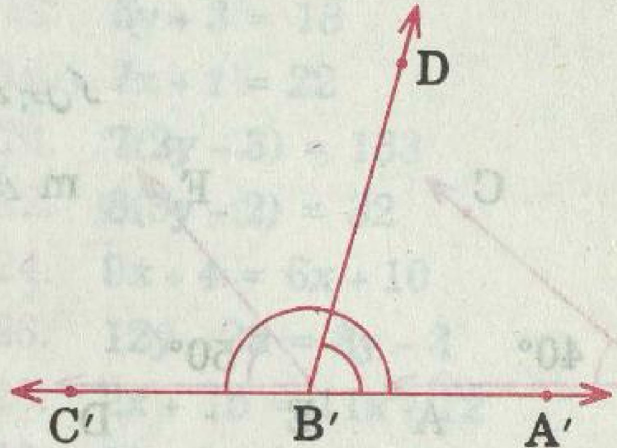
$m\angle ABC = 75°$ اور $m\angle EFG = 105°$

تو $m\angle ABC + m\angle EFG$

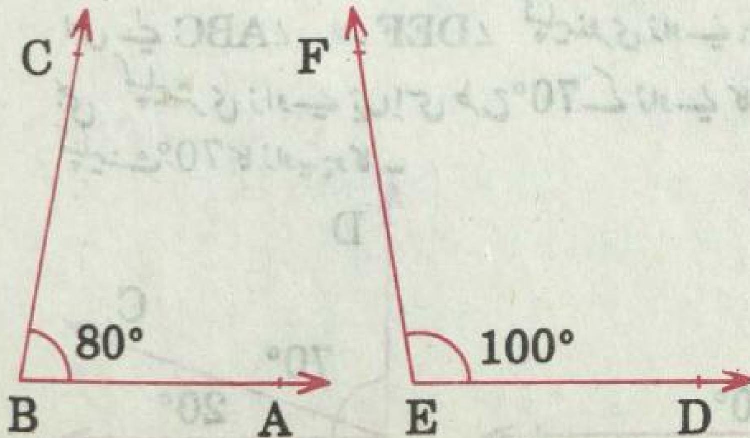
$= 75° + 105°$

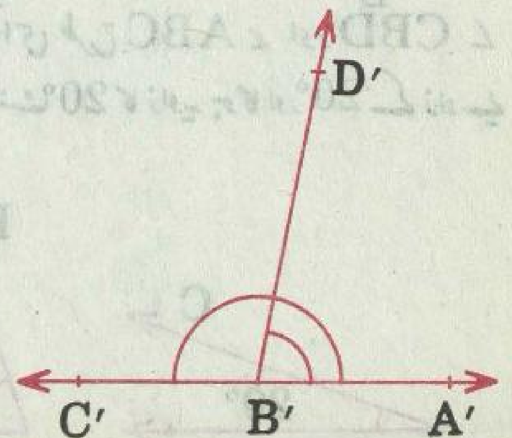
$= 180°$





اِس لیے ABC∠ اور EFG∠ سپلیمنٹری زاویے ہیں ۔ اسی طرح A′B′C′ اور D′B′C′ بھی سپلیمنٹری زاویے ہیں اسی طرح 80° کے زاویے کا سپلیمنٹ 100° کا زاویہ ہوگا اور 100° کے زاویے کا سپلیمنٹ 80° کا زاویہ ہوگا ۔





مشق 8.1

1. مندرجہ ذیل مقداروں کے زاویوں کے کمپلیمنٹ معلوم کیجیے۔

(i) 10° (ii) 89° (iii) 7° (iv) 63° (v) 45°

2. مندرجہ ذیل کے سپلیمنٹ معلوم کیجیے۔

(i) 86° (ii) 90° (iv) 161° (v) 132° (v) 58°

3. کمپلیمنٹری اور سپلیمنٹری زاویوں کے جوڑے علٰحدہ کیجیے۔

(i) 60° , 120° (ii) 39° , 51° (iii) 115° , 65°
(iv) 22° , 68° (v)46 , 134° (vi) 3° , 87°

4. مندرجہ ذیل خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(i) اگر دو زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 180° ہو تو انھیں ——— زاویے کہتے ہیں۔

(ii) 80° زاویے کا کمپلیمنٹ ——— کا زاویہ ہوتا ہے۔

(iii) اگر دو کے سپلیمنٹری زاویے متماثل ہوں تو ہر ایک کی مقدار ——— ہوگی۔

5. مندرجہ ذیل بیانات میں سے صحیح اور غلط بتایئے۔

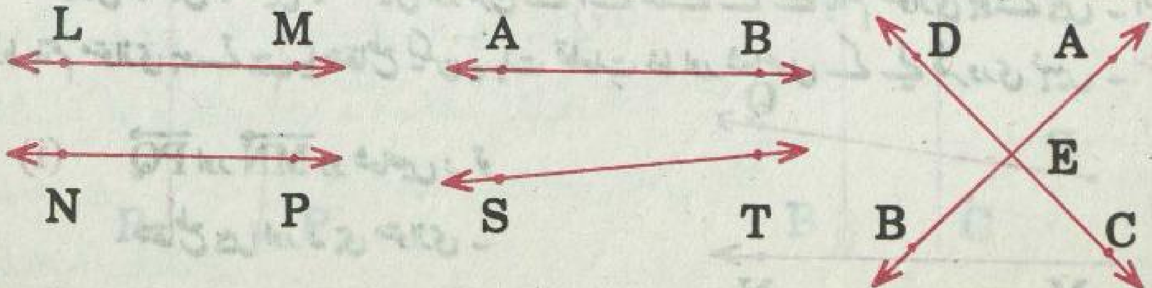
(i) زاویہ قائمہ کا کمپلیمنٹ بھی زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔

(ii) کمپلیمنٹری زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ ایک قائمے کے برابر ہوتا ہے۔

(iii) 60° کے زاویے کے سپلیمنٹ کی مقدار 30° ہوگی۔

8.3 متوازیت

اگر دو خطوط ایک دُوسرے کو ایک نقطہ پر قطع کریں تو انھیں متقاطع خطوط کہتے ہیں۔



1. شکل (i) میں $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{CD}$ ایک دُوسرے کو نقطہ E پر قطع کرتے ہیں ۔ اس لیے $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{CD}$ متقاطع خطوط ہیں ۔

2. شکل (ii) میں $\overleftrightarrow{AB}$ اور $\overleftrightarrow{ST}$ بھی متقاطع خطوط ہیں ۔ گو ان کا نقطہ تقاطع ظاہر نہیں کیا گیا ۔ جیسا کہ شکل (i) میں دِکھایا گیا ہے ۔

3. شکل (iii) میں $\overleftrightarrow{LM}$ اور $\overleftrightarrow{NP}$ خطوط کا ایسا جوڑا ہے ۔ جن کے نقوش کو خواہ کتنا ہی کیوں نہ بڑھایا جائے یہ ایک دوسرے کو قطع نہیں کرسکتے ۔ اِن کو متوازی خطوط کہتے ہیں۔

پس "ایسے خطوط جو متقاطع نہ ہوں متوازی ہوتے ہیں"۔

اُوپر دی ہوئی تعریف سے واضح ہے کہ دوخطوط یا تو متقاطع ہوتے ہیں یا متوازی ۔ خط LM متوازی ہے خط NP کے اور اسے یوں لکھتے ہیں ۔

$$\overleftrightarrow{LM} \parallel \overleftrightarrow{NP}$$

اگر دو خطوط باہم متوازی ہوں تو ان پر واقع شعاعیں اور قطعات (خط کے تحتی سیٹ) بھی باہم متوازی ہوتے ہیں ۔ مثلاً

(i) اگر $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

تو $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

(ii) اگر $\overleftrightarrow{TU} \parallel \overleftrightarrow{RS}$

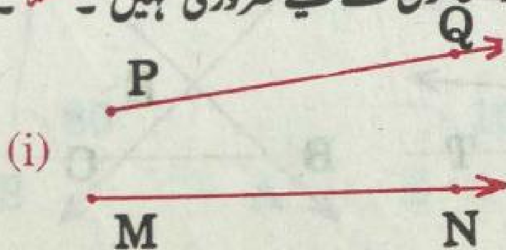
تو $\overrightarrow{TU} \parallel \overrightarrow{RS}$

(iii) اگر $\overleftrightarrow{PQ} \parallel \overleftrightarrow{LM}$

تو $\overline{PQ} \parallel \overrightarrow{LM}$

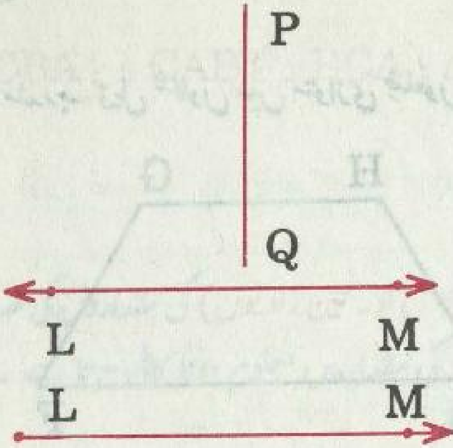
A B
C D
T U
R S
P Q
L M

متوازی الاضلاع ، معیّن ، مستطیل اور مربّع کے آمنے سامنے کے ضلعے باہم متوازی ہوتے ہیں ۔ اگرچہ دو خطوط باہم متوازی ہوتے ہیں یا متقاطع لیکن یہ بات قطعاتِ خط اور شعاعوں کے لیے ضُروری نہیں ۔ مثلاً ۔



(i) $\overrightarrow{PQ}$ اور $\overrightarrow{MN}$ دو شعاعیں نہ تو متقاطع ہیں اور نہ ہی متوازی ۔

(ii) $\overleftrightarrow{LM}$ اور $\overline{PQ}$ نہ تو متقاطع ہیں اور نہ ہی متوازی ۔



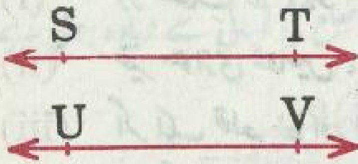
(iii) $\overrightarrow{LM}$ اور $\overline{PQ}$ نہ تو متقاطع ہیں اور نہ ہی متوازی ۔

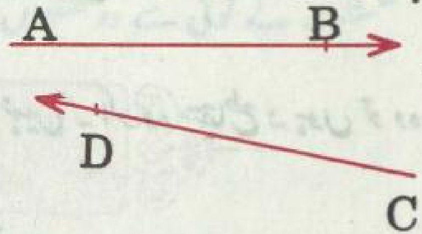


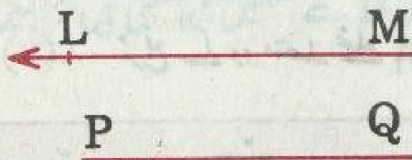
(iii) P Q

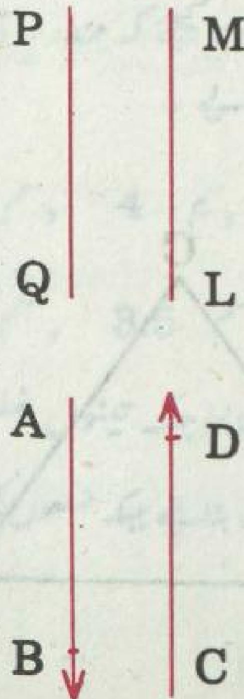
مشق 8.2

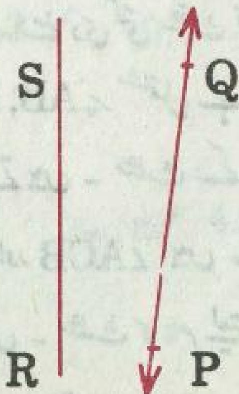
1. نیچے دی ہُوئی اشکال میں متوازی جوڑے بتایئے ۔

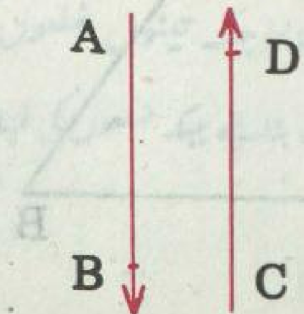




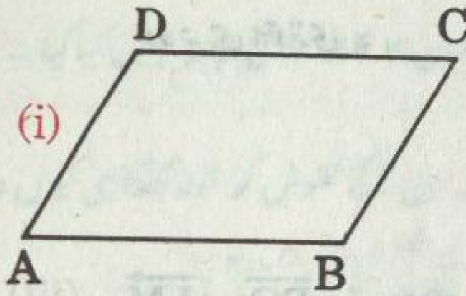


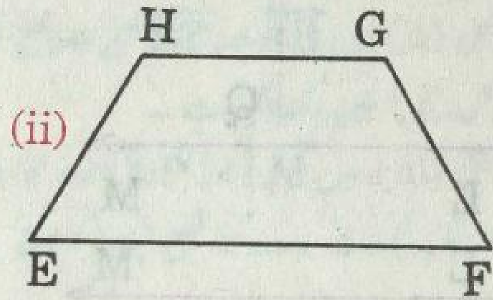


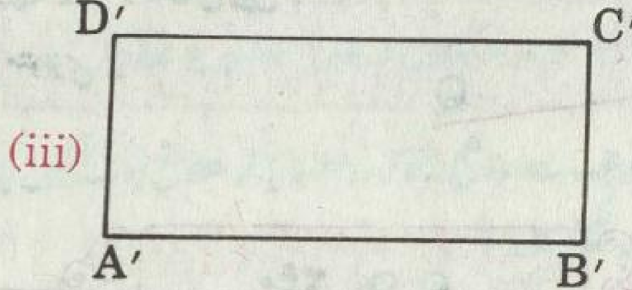




2. مندرجہ ذیل شکلوں میں متوازی ضِلعوں کے نام بتایئے ۔







3. مندرجہ ذیل میں سے کون کون سا بیان درست ہے اور کون کون سا غلط :

(i) دو قطعاتِ خط ، جو متوازی نہ ہوں ، متقاطع ہوتے ہیں ۔

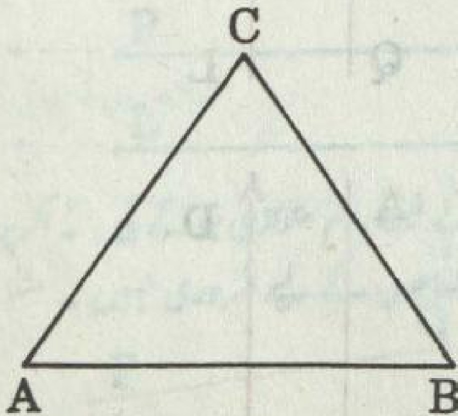
(ii) غیر متوازی شعاعیں ، متقاطع ہوں گی ۔

(iii) اگر ایک قطعہ خط اور ایک شعاع ہو تو ضروری نہیں کہ اگر وہ متقاطع نہ ہوں تو وہ باہم متوازی ہوں گی ۔

(iv) مثلّث کے ضِلعے دو دو کر کے باہم متقاطع ہوتے ہیں ۔

(v) مُربّع کے دو متصلہ ضلعے باہم متوازی ہوتے ہیں ۔

8.4 مثلّث سے متعلّق سابقہ واقفیت



سامنے دی گئی مثلّث قطعات خط AB, BC, CA پر مشتمل ہے ۔یہ قطعات خط اس کے اضلاع کہلاتے ہیں ۔ مثلث کے تین زاویے ، $\angle ABC$، $\angle CAB$ اور $\angle ACB$ ہیں ۔ جبکہ نقاط A,B,C مثلث کے راس ہیں ۔ مثلث کا نام لیتے وقت اس کے تینوں راسوں کے نام ملاکر پڑھتے ہیں ۔

مثلاً دی ہُوئی مثلث کا نام ABC ∆ یا ACB ∆ یا BAC ∆ یا BCA ∆ یا CAB ∆ یا CBA ∆ ہے

8.5 مثلث کی بناوٹ

کِسی مثلث کو بنانے کے لیے اس کے تمام اجزاء (تین ضلعوں اور تین زاویوں) کی مقداروں کی ضرورت نہیں پڑتی بلکہ صرف تین اجزاء (جن میں کم از کم ایک ضلع ہو) کی مقداریں معلوم ہونا کافی ہوتا ہے ۔ چنانچہ یہاں ہم مندرجہ ذیل صورتوں میں مثلث بنانا سیکھیں گے ۔ اگر

(i) تینوں ضلعوں کی لمبائیاں معلوم ہوں ۔

یا (ii) دو ضلعوں اور ان کے درمیانی زاویے کی مقداریں معلوم ہو۔

یا (iii) ایک زاویہ قائمہ ہو ، وتر اور ایک ضلع کی مقداریں معلوم ہوں۔

یا (iv) دو زاویوں اور ان کے درمیانی ضلع کی مقدار معلوم ہو ۔

یا (v) دو زاویوں کی مقداریں اور ان زاویوں میں سے کسی ایک کے سامنے والے ضلع کی لمبائی معلوم ہو ۔

نوٹ : "مثلث کے کوئی سے دو ضلعوں کی مجموعی لمبائی تیسرے ضلع کی لمبائی سے زیادہ ہوتی ہے"۔

مشق 8.3

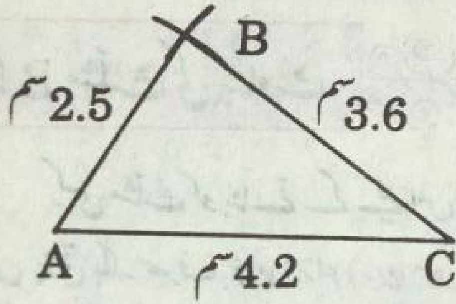
شکلیں بنائے بغیر معلوم کیجئے کہ مندرجہ ذیل مقداروں والے قطعات خط سے مثلثیں بن سکتی ہیں کہ نہیں ۔ ہر صورت میں وجہ بتایے ۔

1. 4 سم , 2.5 سم , 1.5 سم
2. 5 سم , 4 سم , 3 سم
3. 5.3 سم , 3.7 سم , 4.4 سم
4. 7 سم , 3.5 سم , 2.5 سم

(i) مثلث بنانا جبکہ تینوں ضلعوں کی لمبائیاں معلوم ہوں ۔

بناوٹ : مثلث بنایے جبکہ ضلعوں کی لمبائیاں 2.5 سم ، 3.6 سم اور 4.2 سم ہوں۔

مدارج عمل



1. ایک قطعہ خط AC 4.2 سم لمبا کھینچا ۔
2. A کو مرکز مان کر 2.5 سم رداس کی ایک قوس لگائی ۔
3. C کو مرکز مان کر 3.6 سم رداس کی ایک اور قوس لگائی ، جس نے پہلی قوس کو نقطہ B پر قطع کیا ۔
4. قطعہ خط AB اور قطعہ خط BC کھینچے ۔

$\triangle ABC$ مطلوبہ مثلث ہے ۔

مشق 8.4

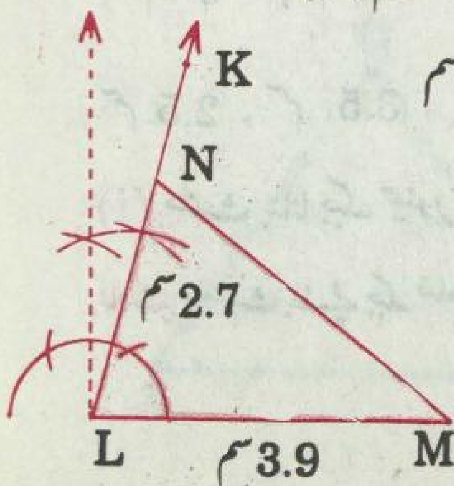
1. مثلث بنایے جس کے اضلاع کی لمبائیاں مندرجہ ذیل ہوں ۔ نیز ان مثلثوں کے زاویوں کی پیمائش کیجیے ۔

(i) 5 سم , 4 سم , 3 سم , (ii) 4.1 سم , 3.4 سم , 2.9 سم

(iii) 3.7 سم , 5.1 سم , 2.6 سم (iv) 5.5 سم , 4.5 سم , 3.5 سم

2. ایک مثلث متماثل الاضلاع بنایے جس کا ہر ایک ضلع 4.6 سم لمبا ہو ۔
3. ایک مثلث متماثل الساقین بنایے ۔ جس کا قاعدہ 4 سم ہو اور متماثل ضلعوں میں سے ہر ایک 2.5 سم لمبا ہو ۔

(ii) مثلث بنانا جبکہ دو ضلعوں اور درمیانی زاویے کی مقداریں معلوم ہوں ۔



بناوٹ : ایک مثلث ہے جس کے دو ضلعوں کی لمبائیاں 3.9 سم اور 2.7 سم ہوں اور اُن کا درمیانی زاویہ $75°$ کا ۔

مدارج عمل :

1. قطعہ خط LM 3.9 سم لمبا لیا ۔
2. L پر $\angle MLK$ $75°$ کا بنایا ۔
3. $\overrightarrow{LK}$ پر نقطہ N لیا تاکہ $m\overline{LN} = 2.7$ سم
4. قطعہ خط MN کھینچا ۔ $\triangle LMN$ مطلوبہ مثلث ہے ۔

مشق 8.5

.1 مثلثیں بنایئے جن کے دو ، دو اضلاع اور ان کے درمیانی زاویوں کی پیمائش مندرجہ ذیل ہے ۔

(i) 3.8 سم , 4.7 سم , 60° (ii) 4.5 سم , 5.1 سم , 90°

(iii) 5 سم , 4 سم , 105° (iv) 5.6 سم , 3.0 سم , 45°

.2 نیچے دیے گئے سوالوں میں زاویے پروٹریکٹر کی مدد سے بنایئے ۔

(i) مثلث ABC بنایئے جس میں

$m\overline{AB} =$ 4.7 سم

$m\overline{BC} =$ 3 سم

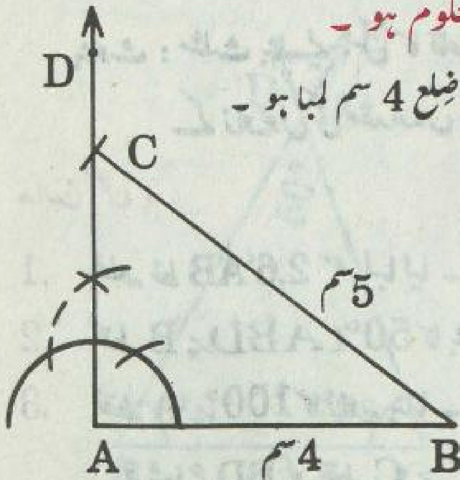
اور $m\angle ABC = 65°$

اس کے باقی دونوں زاویوں کی مقداریں ماپ کر تینوں زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ معلوم کیجیے ۔

(ii) مثلث متماثل الساقین بنایئے جس کے متماثل ضلعوں میں سے ہر ایک 5.9 سم لمبا ہو ۔ اور ان کا درمیانی زاویہ 40° کا ہو ۔

(iii) مثلث ABC بنایئے جس کا ایک زاویہ A 110 درجے کا ہو اور اس کے بازوؤں کی لمبائیاں 3.2 سم اور 2.8 سم ہوں ۔

(iii) قائمۃ الزاویہ مثلث بنانا جبکہ وتر اور ایک ضلع کی لمبائی معلوم ہو ۔



بناوٹ قائمۃ الزاویہ مثلث بنایئے جس کا وتر مقدار میں 5 سم اور ایک ضِلع 4 سم لمبا ہو ۔

مدارج عمل :

.1 قطعہ خط AB'4 سم لمبا لیا ۔

.2 نقطہ A پر BAD∠ ''90° کا زاویہ بنایا ۔

.3 B کو مرکز مان کر 5 سم رداس کی ایک قوس لگائی جس نے $\overrightarrow{AD}$ کو نقطہ C پر قطع کیا ۔

.4 قطعہ خط BC کھینچا ۔ ABC△ مطلوبہ مثلث ہے ۔

مشق 8.6

1. قائمہ الزاویہ مثلثیں بنایے جس میں (نوٹ : زاویے بذریعہ پرکار بنائیے)

(i) وتر کی لمبائی = 6.5 سم , قاعدہ کی لمبائی = 2.5 سم

(ii) وتر کی لمبائی = 8.5 سم , قاعدہ کی لمبائی = 7.5 سم

(iii) وتر کی لمبائی = 7.5 سم , ارتفاع = 4.5 سم

(iv) وتر کی لمبائی = 6.8 سم , ارتفاع = 4 سم

2. ایک مثلث بنایے جس کے دو ضلعے 5.9 سم اور 3.4 سم لمبے ہوں اور 5.9 سم لمبے ضلعے کا متقابلہ زاویہ $90°$ کا ہو۔

3. مثلث $\overline{ABC}$ بنایے جبکہ

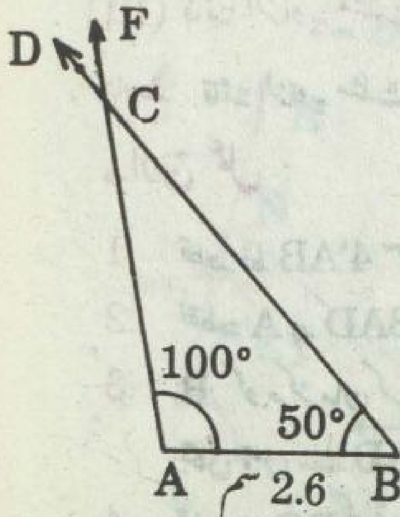
$m\overline{AB} = 3.3$ سم , $m\overline{BC} = 4.9$ سم ، $m\angle CAB = 90°$

4. مثلث LMN بنایے جس میں

$m\overline{LM} = 6.3$ سم , $m\overline{MN} = 4.6$ سم

اور N پر بننے والا زاویہ کی مقدار 90 درجے ہو۔

(iv) مثلث بنانا جبکہ دو زاویوں اور ان کے درمیانی ضلع کی مقداریں معلوم ہوں۔



بناوٹ : مثلث بنایے جس کا قاعدہ 2.6 سم لمبا اور قاعدے پر کے زاویوں کی مقداریں بالترتیب $50°$ اور $100°$ ہوں۔

مدارج عمل :

1. قطعہ خط AB، 2.6 سم لمبا لیا۔
2. نقطہ B پر $\angle ABD$، $50°$ کا بنایا۔
3. نقطہ A پر $100°$ کا زاویہ بنایا۔ جس کے نئے بازو نے شعاع BD کو نقطہ C پر قطع کیا۔

$\triangle ABC$ مطلوبہ مثلث ہے۔

مشق 8.7

1. صرف پرکار اور پیمانے کی مدد سے مثلثیں بنائیے ۔

قاعدے پر کے زاویے	قاعدہ کی لمبائی		قاعدے پر کے زاویے	قاعدہ کی لمبائی	
90°, 30°	4 سم	(ii)	45°, 60°	2.9 سم	(i)
105°, 30°	4.5 سم	(iv)	75°, 60°	3.7 سم	(iii)

2. پروٹریکٹر کے استعمال سے مثلث LMN بنائیے جس میں

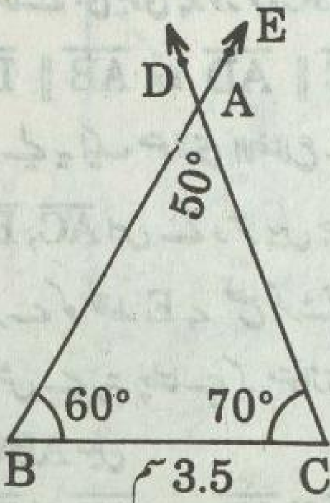
$m\overline{LM} = 6.8$ سم $\quad m\angle M = 59° \quad m\angle L = 48°$

3. پروٹریکٹر کے استعمال سے مثلث بنائیے جس کے دو زاویوں کی مقداریں °98 اور °37 ہوں اور ان کا درمیانی ضلع 4 سم لمبا ہو ۔

(v) مثلث بنانا جبکہ دو زاویوں کی مقداریں معلوم ہوں اور ان زاویوں میں سے کسی ایک کے سامنے والے ضلع کی لمبائی معلوم ہو ۔

بناوٹ : مثلث ABC بنائیے جبکہ

$m\angle B = 60°\ ,\ m\angle A = 50°\ ,\ m\overline{BC} = 3.5$ سم



مدارج عمل : $m\angle C = 180 - 50 - 60 = 70$

1. قطعہ خط BC، 3.5 سم لمبا لیا ۔
2. نقطہ C پر BCD∠، °70 کا بنایا۔
3. نقطعہ B پر °60 کا زاویہ بنایا ۔ جس کے بازو $\overrightarrow{BE}$ نے $\overrightarrow{CD}$ کو نقطہ A پر قطع کیا ۔

△ABC مطلوبہ مثلث ہے ۔

مشق 8.8

1. پرکار کی مدد سے مثلث ABC بنایئے جس میں

$m\overline{AB} = 5.6$ سم ، $m\angle A = 75°$ ، $m\angle C = 45°$

اس کے باقی دو ضلعوں کی پیمائش کیجیے ۔

2. پرکار کی مدد سے مثلث LMN بنایئے جس کا زاویہ N قائمہ ہو۔

$m\angle L = 60°$, $m\overline{LM} = 3$ سم اور

3. پروٹریکٹر کے استعمال سے مثلث ABC بنایئے جبکہ

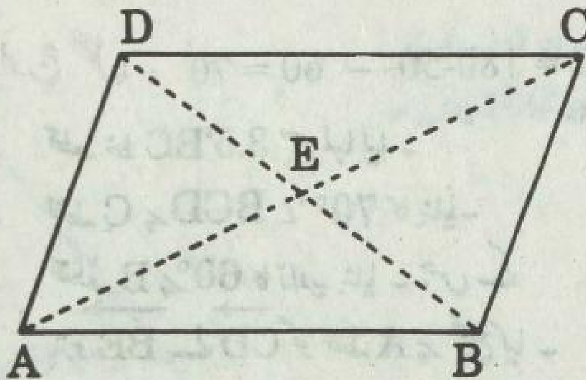
(i) $m\overline{AB} = 4$ سم ، $m\angle A = 65°$, $m\angle C = 59°$

(ii) $m\overline{BC} = 5$ سم ، $m\angle A = 103°$, $m\angle B = 28°$

(iii) $m\overline{CA} = 6$ سم ، $m\angle A = 42°$, $m\angle B = 95°$

8.6 متوازی الاضلاع کے خواص

ہمیں معلوم ہے کہ ایسی چوکور جس کے آمنے سامنے کے ضلعے متوازی ہوں متوازی الاضلاع کہلاتی ہے ۔



مثلاً سامنے بنی ہوئی چوکور ABCD میں

$\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ اور $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

اس لیے یہ ایک متوازی الاضلاع ہے ۔

$\overline{AC}, \overline{BD}$ اس کے وتر ہیں جو ایک دوسرے کو نقطہ E پر قطع کرتے ہیں ۔

پیمائش سے پتہ چلتا ہے کہ متوازی الاضلاع ABCD میں

(i) $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ اور $\overline{AB} \cong \overline{DC}$

پس متقابلہ (آمنے سامنے) کے ضلعے باہم متماثل ہیں ۔

(ii) $\angle BAD \cong \angle BCD$ ، $\angle ABC \cong \angle ADC$

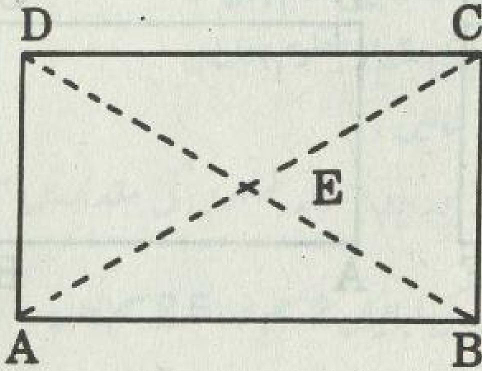
پس متقابلہ (آمنے سامنے کے) زاویے متماثل ہیں ۔

(iii) وتر ایک دُوسرے کی تنصیف کرتے ہیں ۔ یعنی $\overline{CE} \cong \overline{EA}, \overline{DE} \cong \overline{EB}$

8.7 مستطیل کے خواص

ایسی متوازی الاضلاع جس کا ہر زاویہ قائمہ ہو مستطیل کہلاتی ہے ۔

مثلاً سامنے بنی ہوئی شکل ABCD



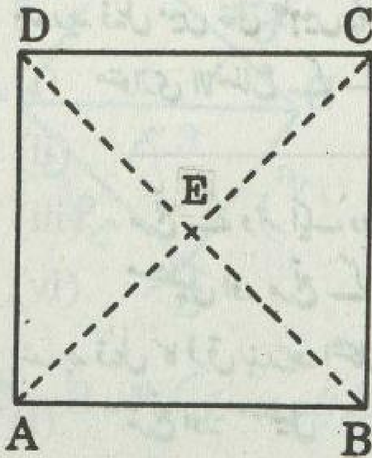
ایک مستطیل ہے ۔ جس میں

$\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ اور $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

اس لیے یہ ایک متوازی الاضلاع ہے ۔ اِس میں متوازی الاضلاع کی تمام خاصیتیں موجود ہیں ۔ اِن خاصیتوں کی پڑتال طلبا خُود کریں ۔

نیز پیمائش سے معلوم کریں کہ اِس کے وتروں کی لمبائیاں باہم برابر ہیں کہ نہیں ۔

8.8 مُربع کے خواص



ایسی مستطیل جس کے چاروں اضلاع متماثل ہوں مُربع کہلاتی ہے ۔ مثلاً

سامنے بنی ہُوئی شکل ABCD ایک مُربع ہے

چونکہ مُربع ایک خاص قسم کی مستطیل ہوتی ہے ۔اِس لیے اِس میں مُستطیل کی تمام خاصیتیں پائی جاتی ہیں ۔

یعنی

(i) $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ اور $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ (متقابلہ ضلع متماثل)

(ii) $\angle CDA \cong \angle CBA$ اور $\angle BCD \cong \angle BAD$ (ہر ایک زاویہ قائمہ ہے)

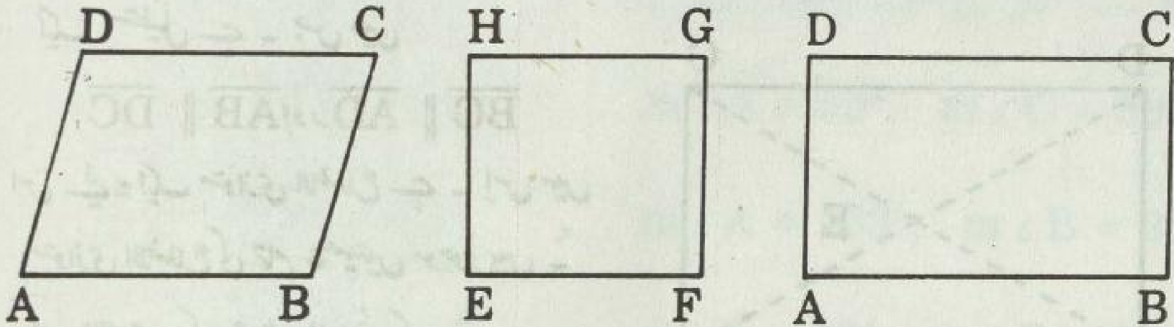
(iii) $\overline{ED} \cong \overline{BE}$ اور $\overline{EC} \cong \overline{AE}$ (وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں)

(iv) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ (وتر باہم متماثل ہیں)

نیز مربع کے وتر باہم زاویہ قائمہ پر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں ۔

مشق 8.9

1. مندرجہ ذیل متوازی الاضلاعوں کے نام اور اقسام بتایئے۔



2. سوال نمبر 1 کی اشکال میں :

(i) باہم متوازی اضلاع کے نام بتایئے ۔

(ii) متقابلہ زاویوں کے نام بتایئے ۔

3. مندرجہ ذیل میں خالی جگہیں پُر کیجیے ۔

(i) متوازی الاضلاع کے ________ ضلعے باہم متماثل ہوتے ہیں ۔

(ii) ________ کے وتر باہم متماثل ہوتے ہیں ۔

(iii) مربع کے وتر ایک دوسرے کی زاویہ قائمہ پر ________ کرتے ہیں ۔

(iv) مستطیل اور مربع کے چاروں زاویے ________ ہوتے ہیں ۔

4. مندرجہ ذیل کا فرق بذریعہ اشکال دکھایئے ۔

(i) مُربع اور مستطیل

(ii) مُربع اور عام متوازی الاضلاع

(iii) مستطیل اور عام متوازی الاضلاع

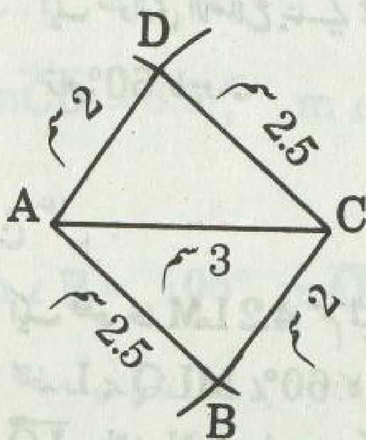
5. مندرجہ ذیل کی مشترکہ خاصیتیں بتایے۔
(i) مُربّع اور عام متوازی الاضلاع
(ii) مستطیل اور مُربّع
(iii) مستطیل اور عام متوازی الاضلاع

8.9 متوازی الاضلاع کی بناوٹ

اب ہم متوازی الاضلاع بنانے کے طریقے بیان کرتے ہیں جبکہ
(i) ایک وتر اور دو متصلہ ضلعوں کی لمبائیاں معلوم ہوں ۔
(ii) دو متصلہ ضلعوں اور ان کے درمیانی زاویے کی مقداریں معلوم ہوں ۔
(iii) دونوں وِتروں اور ان کے درمیانی ایک زاویئے کی مقدار معلوم ہوں۔
آئیے اب تینوں صُورتوں میں متوازی الاضلاع بنائیں :

صورت I : متوازی الاضلاع بنانا جبکہ اس کے ایک وتر اور دو متصلہ ضلعوں کی مقداریں معلوم ہوں ۔

بناوٹ : ایک متوازی الاضلاع بنائیے جس کے دو متصلہ ضلعوں کی لمبائیاں 2 سم اور 2.5 سم ہوں اور وتر کی لمبائی 3 سم ہو ۔



مدارج عمل :

1. قطعہ خط AC‘3 سم لمبا لیا ۔
2. A اور C مراکز سے بالترتیب 2 سم اور 2.5 سم رداسوں کی قوسیں $\overline{AC}$ کے ایک طرف لگائیں جنھوں نے ایک دوسری کو نقطہ D پر قطع کیا ۔
3. A اور C مراکز سے بالترتیب 2.5 سم اور 2 سم رداسوں کی قوسیں AC کے دوسری طرف لگائیں جنھوں نے ایک دوسری کو نقطہ B پر قطع کیا ۔
4. نقاط A اور C کو نقاط B اور D سے ترتیب وار ملایا ۔

ABCD مطلوبہ متوازی الاضلاع ہے ۔

مشق 8.10

متوازی الاضلاع LMNK بنایے جبکہ

.1 $m\overline{LM} = 3$ سم، $m\overline{MN} = 5$ سم، $m\overline{LN} = 6.5$ سم

پیمائش سے ثابت کیجیے کہ

$m\angle LMN = m\angle LKN,\ m\angle MLK = m\angle MNK$

.2 $m\overline{LM} = 4$ سم، $m\overline{LK} = 3$ سم و $m\overline{MK} = 5$ سم

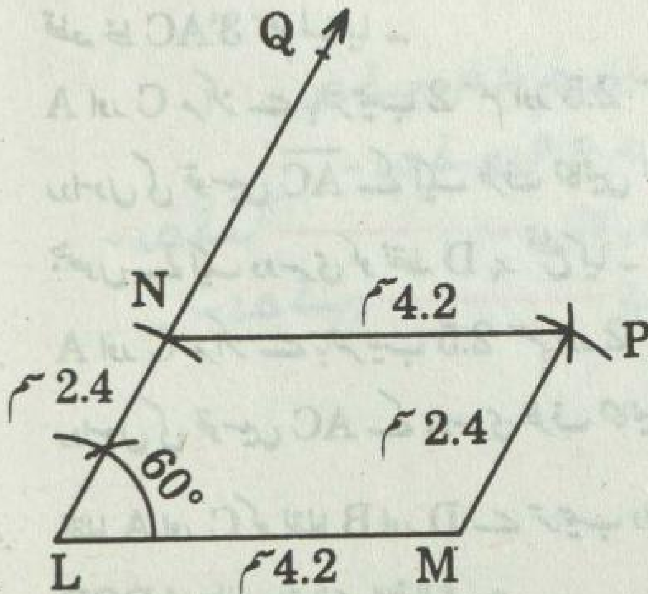
پیمائش سے ثابت کیجیے کہ یہ ایک مستطیل ہے ۔

.3 $m\overline{MN} = 2.4$ سم، $m\overline{NK} = 3.6$ سم، $m\overline{MK} = 2.9$ سم

.4 $m\overline{LM} = m\overline{MN} = m\overline{LN} = 3.2$ سم

صورت II : متوازی الاضلاع بنانا جبکہ اس کے دو متصلہ ضلعوں اور ان کے درمیانی زاویے کی مقداریں معلوم ہوں ۔

بناوٹ ۔ ایک متوازی الاضلاع بنایے جس کے دو متصلہ ضلعے 4.2 سم اور 2.4 سم لمبے ہوں اور ان کا درمیانی زاویہ °60 کا ہو ۔



مدارج عمل :

.1 ایک قطعہ خط LM 4.2 سم لمبا لیا ۔

.2 نقطہ L پر $\angle MLQ$ 60° کا بنایا ۔

.3 $\overrightarrow{LQ}$ پر نقطہ N اس طرح لیا کہ

$m\overline{LN} = 2.4$ سم

.4 M اور N مراکز سے

بالترتیب 2.4 سم اور 4.2 سم رداسوں

کی دو قوسیں لگائیں جو کہ ایک دُوسری

کو نقطہ P پر قطع کرتی ہیں ۔

5. قطعات خط PM اور PN کھینچیے ۔

LMPN مطلوبہ متوازی الاضلاع ہے ۔

مشق 8.11

نوٹ : اس مشق میں تمام شکلوں میں زاویے بنانے میں پرکار استعمال کیجیے ۔

1. متوازی الاضلاع ABCD بنائیے جبکہ

$m\angle ABC = 120°$, $m\overline{AB} = 5$ سم $m\overline{BC} = 4$ سم

پیمائش سے ثابت کیجیے کہ $m\angle ADC = 120°$

2. متوازی الاضلاع ABCD بنائیے جس میں

$m\overline{BC} = 3$ سم، $m\overline{AB} = 4.5$ سم، $m\angle B = 45°$

پیمائش سے ثابت کیجیے کہ

$m\angle A = 135°$

3. متوازی الاضلاع ABCD بنائیے جس میں

$m\overline{CD} = 3.6$ سم، $m\angle C = 30°$, $m\overline{BC} = 3.9$ سم

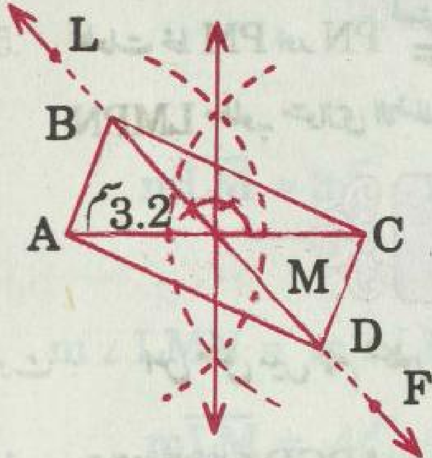
4. متوازی الاضلاع ABCD بنائیے جس میں

$m\angle B = 105°$, $m\overline{AB} = 3.5$ سم، $m\overline{BC} = 3.5$ سم

صورت III : متوازی الاضلاع بنانا جبکہ اس کے دونوں وتروں اور ان کے درمیانی ایک زاویے کی مقداریں معلوم ہوں ۔

بناوٹ : ایک متوازی الاضلاع بنائیے جس کے وتروں کی لمبائیاں 4 سم اور 3.2 سم ہوں اور اُن کا درمیانی ایک زاویہ °120 کا ہو ۔

مدارج عمل :



1. $\overline{AC}$, 3.2 سم لمبا لیا ۔
2. $\overline{AC}$ کی نقطہ M پر تنصیف کی ۔
3. M پر CML ∠ "120° کا بنایا ۔
4. $\overrightarrow{ML}$ میں سے $\overline{MB}$
(4/2=2) 2 سم لمبا قطع کیا ۔
5. ML کی مخالف شعاع MF کھینچی اور اس پر نقطہ D اِس طرح لیا کہ

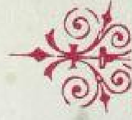
$$\overline{DM} \cong \overline{BM}$$

6. قطعات $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{AD}$ کھینچیے ۔
ABCD مطلوبہ متوازی الاضلاع ہے ۔

مشق 8.12

نوٹ : ان سوالوں میں تمام زاویے پرکار کی مدد سے بنائے جائیں ۔
متوازی الاضلاع بنائیے جب کہ

1. دو وتروں کی لمبائیاں 4.4 سم اور 3.6 سم ہوں اور ان کا درمیانی ایک زاویہ °60 کا ہو ۔ پیمائش کر کے تصدیق کیجیے کہ اس کے متقابلہ ضلع باہم متماثل ہیں ۔
2. وتروں کی لمبائیاں 4.9 سم اور 3.6 سم ہوں اور ان کا درمیانی ایک زاویہ °30 کا ہو ۔ پیمائش سے تصدیق کیجیے کہ ان کے متقابلہ زاویے باہم متماثل ہیں ۔
3. ہر ایک وتر 5 سم لمبا ہو اور وتروں کا درمیانی ایک زاویہ °150 کا ہو ۔ پیمائش سے ثابت کیجیے کہ اس کے تمام زاویے قائمے ہیں ۔
4. وتر 5.6 سم اور 4.5 سم لمبے ہوں جو ایک دوسرے کو °90 کے زاویے پر قطع کریں پیمائش سے تصدیق کیجیے کہ اس کے چاروں ضلعے باہم متماثل ہیں ۔



8.10 مستطیل کی بناوٹ

متوازی الاضلاع کی طرح مستطیل بھی بنائی جاسکتی ہے جب کہ

(i) دو متصلہ ضلعوں کی لمبائیاں معلوم ہوں ۔

(ii) ایک ضلع اور ایک وتر کی لمبائی معلوم ہو ۔

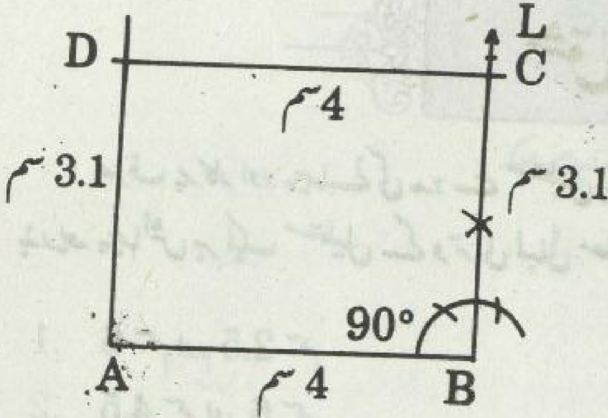
(iii) وتر کی لمبائی اور وتروں کے درمیانی ایک زاویہ کی مقدار معلوم ہو ۔

آیے اب ان تینوں صورتوں میں مستطیل بنانے کے طریقے دریافت کریں ۔

پہلا طریقہ :

صورت I : مستطیل بنانا جبکہ دو متصلہ ضلعوں کی لمبائیاں معلوم ہوں ۔

بناوٹ : ایک مستطیل بنایے جس کے متصلہ ضلعے 4 سم اور 3.1 سم لمبے ہوں ۔



مدارج عمل :

(i) $\overline{AB}$, 4 سم لمبا لیا ۔

(ii) B پر $\angle ABL$ 90° کا بنایا

(iii) $\overrightarrow{BL}$ پر نقطہ C اس طرح لیا کہ
$m\overline{BC} = 3.1$ سم

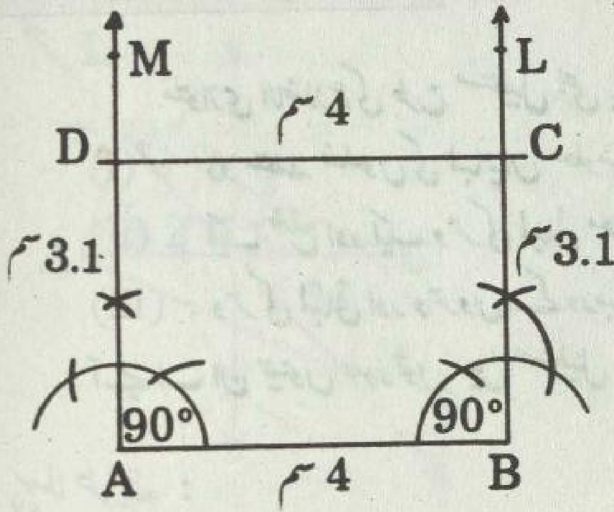
(iv) A اور C کو باری باری مرکز مان کر بالترتیب 3.1 سم اور 4 سم رداسوں کی قوسیں لگائیں جنھوں نے ایک دوسری کو باہم نقطہ D پر قطع کیا ۔

(v) $\overline{DC}$ اور $\overline{DA}$ کھینچیں

مستطیل ABCD مطلوبہ مستطیل ہے ۔

نوٹ : دو متصلہ ضلعوں کی لمبائیاں معلوم ہونے کی صورت میں ایک ضلع کے دونوں سروں پر قائمہ زاویے بنا کر بھی مندرجہ ذیل طریقے سے مستطیل بنائی جاسکتی ہے ۔

مدارج عمل :



(i) $\overline{AB}$، 4 سم لمبا لیا۔

(ii) B پر $\angle ABL$، 90° کا بنایا۔

(iii) $\overrightarrow{BL}$ پر نقطہ C اس طرح لیا کہ

$m\overline{BC} = 3.1$ سم

(iv) A پر $\angle BAM$، 90° کا بنایا۔

(v) $\overrightarrow{AM}$ پر نقطہ D اس طرح لیا کہ

$m\overline{AD} = 3.1$ سم

(vi) $\overline{CD}$ کھینچا۔

مستطیل ABCD مطلوبہ مستطیل ہے۔

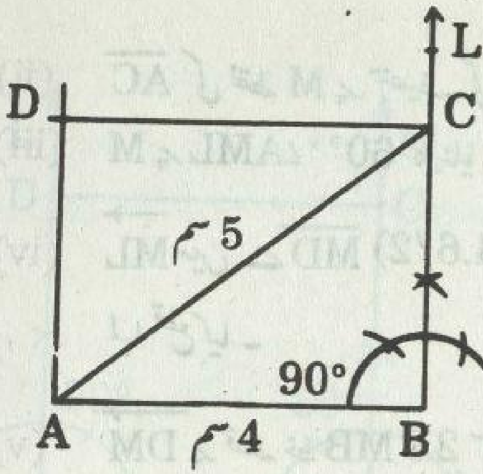
مشق 8.13

صرف پرکار اور پیمانے کی مدد سے مستطیل بنایے جبکہ دو متصلہ ضلعوں کی لمبائیاں مندرجہ ذیل ہوں۔ بذریعہ پیمائش ہر ایک مستطیل کے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے۔

1. 6 سم اور 2.5 سم
2. 4.5 سم اور 6 سم
3. 6 سم اور 8 سم
4. 4 سم اور 7.5 سم

صورت II : مستطیل بنانا جبکہ اس کے وتر اور ایک ضلع کی لمبائیاں معلوم ہوں۔

بناوٹ: ایک مستطیل بنایے جس کا وتر 5 سم اور ایک ضلع 4 سم لمبا ہو۔



مدارج عمل :

1. قطعہ خط AB، 4 سم لمبا لیا ۔
2. نقطہ B پر ABL∠، 90° کا بنایا ۔
3. نقطہ A مرکز سے 5 سم رداس کی ایک قوس لگائی جس نے $\overrightarrow{BL}$ کو C پر قطع کیا۔
4. نقاط C اور A مراکز سے بالترتیب 4 سم اور $\overline{BC}$ کی لمبائی کے برابر رداسوں کی قوسیں لگائیں جنھوں نے ایک دوسری کو نقطہ D پر قطع کیا ۔

D کو A اور C سے ملایا ۔

مستطیل ABCD مطلوبہ مستطیل ہے ۔

مشق 8.14

مستطیلیں بنا کر ہر ایک کے باقی ضلعوں کی لمبائیاں ماپیے جبکہ

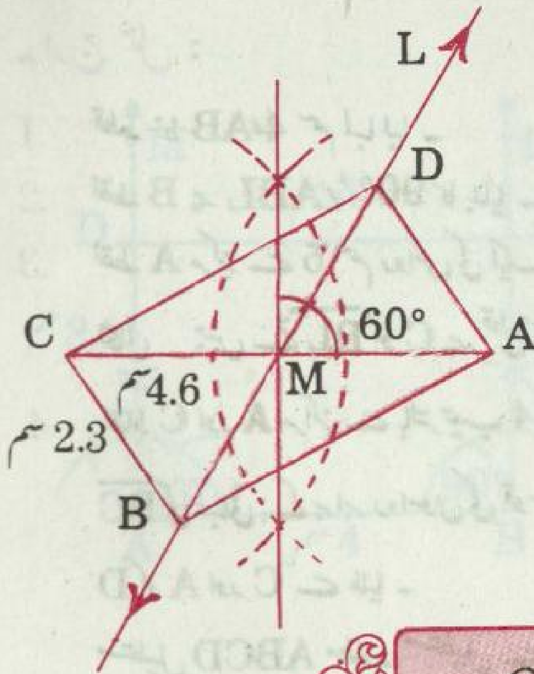
1. وتر 5 سم اور ایک ضلع 4.5 سم لمبا ہو ۔
2. وتر 6.5 سم ، ایک ضلع 6 سم لمبا ہو ۔
3. وتر 4.5 سم ، ایک ضلع 3.6 سم لمبا ہو ۔
4. وتر 5.2 سم ، ایک ضلع 2 سم لمبا ہو ۔

صورت III : مستطیل بنانا جبکہ وتر اور وتروں کے درمیانی ایک زاویے کی مقداریں معلوم ہوں ۔

بناوٹ : مستطیل بنایے جس کا وتر 4.6 سم لمبا ہو اور وتروں کا درمیانی ایک زاویہ 60° کا ہو ۔

مدارج عمل :

(i) $\overline{AC}$ ، 4.6 سم لمبا لیا ۔



(ii) $\overline{AC}$ کی نقطہ M پر تنصیف کی ۔

(iii) M پر $\angle AML$ ، 60° کا بنایا ۔

(iv) $\overrightarrow{ML}$ میں سے $\overline{MD}$ (= 4.6/2) 2.3 سم لمبا قطع کیا ۔

(v) $\overrightarrow{DM}$ پر قطعہ خط MB 2.3 سم لمبا لیا ۔

(vi) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ اور $\overline{DA}$ کھینچے ۔

مستطیل ABCD مطلوبہ مستطیل ہے ۔

مشق 8.15

صرف پرکار اور پیمانے کی مدد سے مستطیلیں بنائیں اور اُن کے ضِلعوں کی لمبائیاں ماپیں ۔

1. وتر کی لمبائی = 4.2 سم ، وتروں کے درمیانی ایک زاویے کی مقدار = 30°
2. وتر کی لمبائی = 5.8 سم ، وتروں کے درمیانی ایک زاویے کی مقدار = 45°
3. وتر کی لمبائی = 4.9 سم ، وتروں کے درمیانی ایک زاویے کی مقدار = 75°
4. وتر کی لمبائی = 6.1 سم ، وتروں کے درمیانی ایک زاویے کی مقدار = 105°

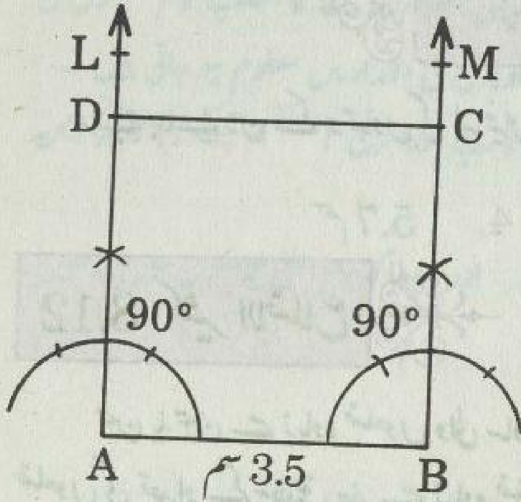
8.11 مُربّع کی بناوٹ

ہم مربع کی بناوٹ کے طریقے معلوم کریں گے جبکہ

(i) ضِلع کی لمبائی معلوم ہو ۔

(ii) وتر کی لمبائی معلوم ہو ۔

بناوٹ : 3.5 سم لمبے ضِلع کا مُربّع بنائیے۔



مدارج عمل :

(i) قطعہ خط AB، 3.5 سم لمبا لیا۔

(ii) نقطہ A پر BAL∠ اور نقطہ B پر ABM∠ 90°، 90° کے بنائے۔

(iii) $\overrightarrow{AL}$ میں سے $\overline{AD}$ اور $\overrightarrow{BM}$ میں سے $\overline{BC}$ ہر ایک 3.5 سم لمبا قطع کیا۔

(iv) $\overline{CD}$ کھینچا۔

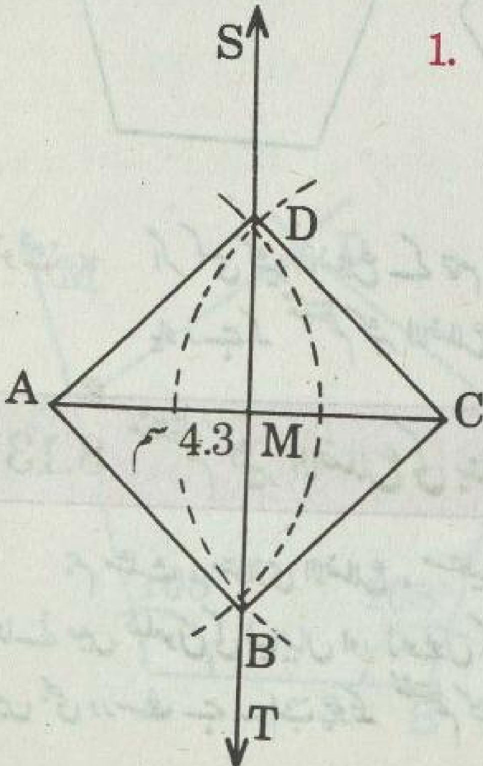
مُربّع ABCD مطلوبہ مُربّع ہے۔

مشق 8.16

مربّع بنائیے جن کے اضلاع کی لمبائیاں ذیل میں دی گئی ہیں۔ ہر ایک مربّع کے وتر کی پیمائش کیجیے۔ نیز ماپ کر تصدیق کیجیے کہ ایک مربّع کے وتر باہم زاویہ قائمہ پر تنصیف کرتے ہیں۔

1. 4 سم 2. 5.2 سم 3. 4.8 سم 4. 5.3 سم

بناوٹ II : ایک مربّع بنائیے جس کا وتر 4.3 سم لمبا ہو۔



مدارج عمل :

(i) $\overline{AC}$ 4.3 سم لمبا لیا۔

(ii) $\overline{AC}$ کا عمودی ناصف $\overline{ST}$ لیا جس نے $\overline{AC}$ کی نقطہ M پر تنصیف کی۔

(iii) $\overleftrightarrow{ST}$ میں سے $\overline{AC}$ کے ایک طرف $\overline{MD}$ اور دُوسری طرف $\overline{MB}$ قطع کیا تاکہ $\overline{MD} \cong \overline{MB} \cong \overline{AM} \cong \overline{MC}$

(iv) $\overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$ اور $\overline{AB}$ کو ملایا۔

مُربّع ABCD مطلوبہ مُربّع ہے۔

کی مقداریں بھی یکساں ہوتی ہیں ۔ اِس لیے صرف ایک ضلع کی لمبائی معلوم ہونے کا مطلب تمام ضلعوں کی لمبائیاں معلوم ہونا ہے اور ایک زاویہ کی مقدار معلوم ہونے پر تمام زاویوں کی مقداریں معلوم ہو جاتی ہیں ۔ مثلث متماثل الاضلاع (مُنتظم مثلث) کا ہر زاویہ 60° کا ہوتا ہے اور مُربّع (مُنتظم چوکور) کا ہر زاویہ 90° کا ہوتا ہے ۔

اِسی طرح ہر مُنتظم کثیر الاضلاع کے زاویے کی مقدار مقرر ہے اور جیساکہ ہم اعلیٰ جماعتوں میں پڑھیں گے

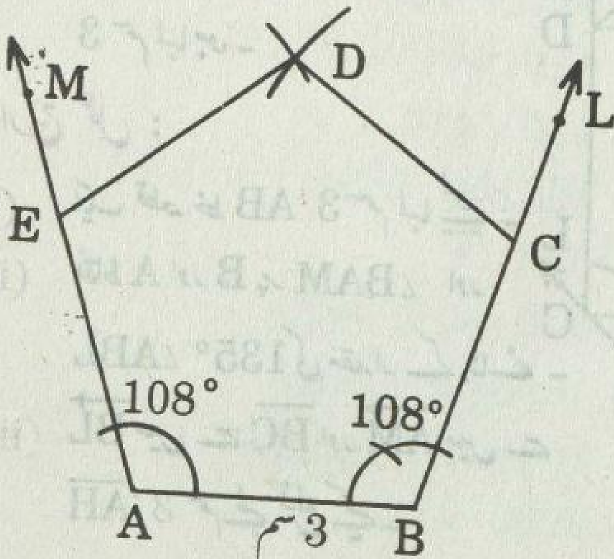
کسی مُنتظم کثیر الاضلاع کے زاویے کی مقدار

اس کلیے کے مُطابق :

مُخمس مُنتظم کے کسی زاویے کی مقدار $= 108^\circ$	$108^\circ = 180^\circ - \dfrac{360^\circ}{5}$
مُسدّس مُنتظم کے کسی زاویے کی مقدار $= 120^\circ$	$120^\circ = 180^\circ - \dfrac{360^\circ}{6}$
مثمن مُنتظم کے کسی زاویے کی مقدار $= 135^\circ$	$135^\circ = 180^\circ - \dfrac{360^\circ}{8}$

اب ہم کثیر الاضلاع بنانے کے طریقے معلوم کرتے ہیں ۔

بناوٹ : ایک مخمس بنایے جس کے ضلع کی لمبائی 3 سم ہو ۔



مدارج عمل :

(i) ایک قطعہ خط AB، 3 سم لمبا لیجیے ۔

(ii) نقطہ A پر ∠BAM اور B پر ∠ABL 108° کے بنائیے ۔

(ii) $\overrightarrow{AM}$ میں سے $\overline{AE}$ اور $\overline{BL}$ میں سے 3.3 سم لمبے $\overline{BC}$ قطع کریں ۔

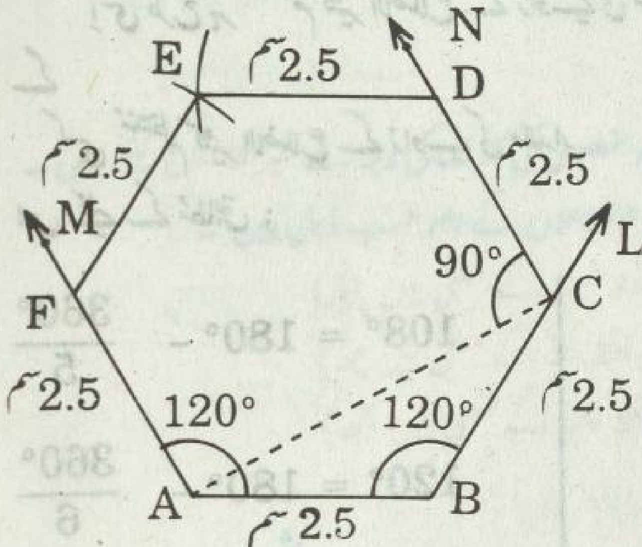
(iv) مراکز C اور E سے 3,3 سم رداس کی قوسیں

لگائیں جنھوں ایک دوسرے کو نقطہ D پر باہم قطع کیا۔

(v) قطعہ خط DC اور DE کھینچیے۔

ABCDE مطلوبہ مخمس مُنتظم ہے۔

بناوٹ : ایک مسدس بنایئے جس کا ہر ضلع 2.5 سم ہو۔



مدارج عمل :

(i) ایک قطعہ خط AB، 2.5 سم لمبا لیا۔

(ii) نقطہ A اور B پر 120° کے زاویے بنایے۔

(iii) $\overrightarrow{AM}$ میں سے $\overline{AF}$ اور $\overrightarrow{BL}$ میں سے $\overline{BC}$

2.5 سم لمبے قطع کیے۔

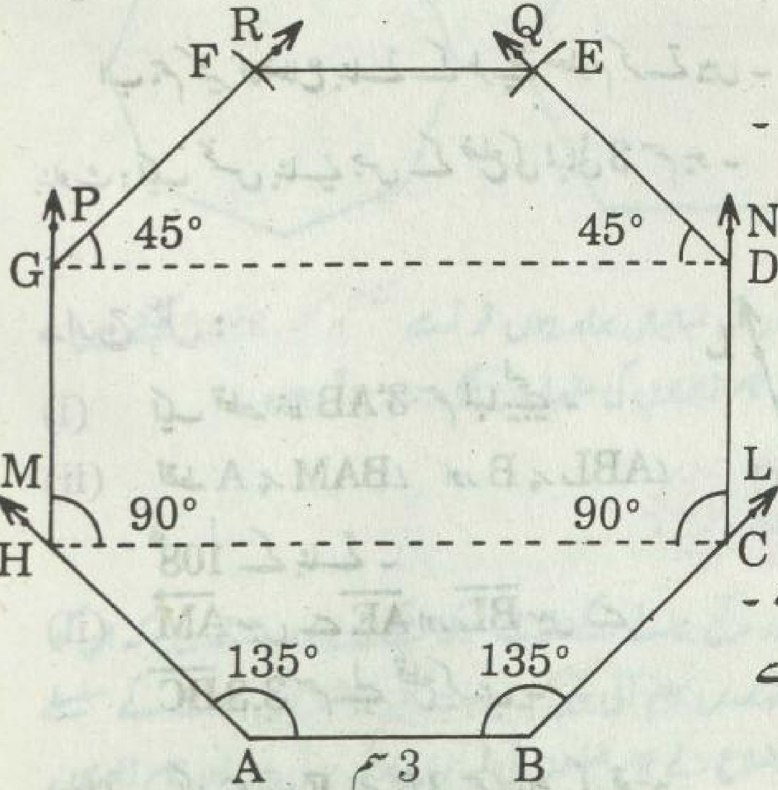
(iv) نقطہ C کو A سے ملایا۔

(v) نقطہ C پر ACN∠ 90° کا زاویہ بنایا اور $\overrightarrow{CN}$ میں سے $\overline{CD}$ 2.5 سم لمبا قطع کیا۔

(vi) مراکز D اور F سے 2.5 سم رداس کی قوسیں لگائیں۔ جنھوں نے ایک دوسری کو نقطہ E پر قطع کیا

(vii) قطعات خط DE اور EF کھینچے۔

ABCDEF مطلوبہ مسدس ہے۔



بناوٹ ایک مثمن بنایئے جس کا ہر ضلع 3 سم لمبا ہو۔

مدارج عمل :

(i) ایک قطعہ خط AB، 3 سم لمبا لیجیے۔

(ii) نقاط A اور B پر BAM∠ اور ABL∠ 135° کی مقدار کے بنائے۔

(iii) $\overrightarrow{BL}$ میں سے $\overline{BC}$ اور $\overrightarrow{AM}$ میں سے $\overline{AH}$، 3 سم لمبے قطع کیے۔

(iv) قطعہ خط HC کھینچا۔

(v) ∠HCN اور ∠CHP، °90 کے بنائے۔

$\overrightarrow{CN}$ میں سے $\overline{CD}$ اور $\overrightarrow{HP}$ میں سے $\overline{HG}$، 3 سم لمبے قطع کیے۔

(vi) قطعہ خط DG کھینچا۔

(vii) نقاط D اور G پر °45،°45 کے زاویے بنائیے۔

(viii) اِن زاویوں کے نئے بازؤوں میں سے قطعاتِ خط DE اور FG، 3 سم لمبے قطع کیے۔

(ix) قطعہ خط EF کھینچا۔

کثیر الاضلاع ABCDEFGH مطلوبہ مثمن ہے۔

مشق 8.18

منتظم مخمس بنائیے جس کے ضلع کی لمبائی مندرجہ ذیل ہو۔

1. 2.8 سم
2. 3.6 سم
3. 4.5 سم
4. 5.4 سم

پرکار اور پیمانے کی مدد سے مندرجہ ذیل لمبائیوں کے ضلع کی منتظم مسدس اور منتظم مثمن بنائیے جبکہ ضلع کی لمبائی مندرجہ ذیل ہو۔

5. 2.5 سم
6. 3.4 سم
7. 4.6 سم
8. 5.1 سم



رقبہ اور حجم



9.1 مستطیلی اور مُربّعی علاقے کا رقبہ

پچھلی جماعتوں میں ہم مندرجہ ذیل کلیات پڑھ آئے ہیں ۔

مربّعی علاقے کا رقبہ = ضلع کی لمبائی × ضلع کی لمبائی

مستطیلی علاقے کا رقبہ = مستطیل کی چوڑائی × مستطیل کی لمبائی

اب ہم مستطیلی اور مربّعی علاقوں کے رقبوں سے متعلق مسائل حل کرنے کے طریقے سیکھیں گے ۔

مثال 1 ایک باغ 400 میٹر لمبے ضلع کا مُربّع ہے ۔ اس کے گرداگرد باہر کی طرف 5 میٹر چوڑی سڑک کا رقبہ معلوم کیجیے ۔

حل

سڑک سمیت باغ کے ضلع کی لمبائی $= 400 + 10$

$= 410$ میٹر

سڑک سمیت باغ کا رقبہ $= 410 \times 410$

$= 168100$ مربع میٹر

باغ کے ضلع کی لمبائی $= 400$ میٹر

باغ کا رقبہ $= 400 \times 400$ مربع میٹر

$= 160000$ مربع میٹر

باغ کے گِرداگرد سڑک کا رقبہ $= 168100 - 160000$

$= 8100$ مربع میٹر

مثال 2 ایک کمرے کا فرش 10 میٹر لمبا اور 8 میٹر چوڑا ہے ۔ اس پر 25 سم لمبے ضلع کی مربع ٹائیلیں لگوانے کا خرچ بحساب 750 روپے فی ہزار ٹائیل معلوم کیجیے ۔

حل
فرش کی لمبائی = 10 میٹر
فرش کی چوڑائی = 8 میٹر
فرش کا رقبہ = 10×8
= 80 مربع میٹر

ٹائیل کی لمبائی = ٹائیل کی چوڑائی = 25 سم

= $\frac{25}{100}$ میٹر

= $\frac{1}{4}$ میٹر

ٹائیل کا رقبہ = $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$ مربع میٹر

= $\frac{1}{16}$ مربع میٹر

$\frac{1}{16}$ مربع میٹر جگہ کیلئے درکار ٹائیلیں = 1

1 مربع میٹر جگہ کیلئے درکار ٹائیلیں = $1 \div \frac{1}{16} = 16$

80 مربع میٹر جگہ کے لیے درکار ٹائیلیں = 80×16

= 1280 ٹائیلیں

1000 ٹائیلوں پر لاگت = 750 روپے

1 ٹائیل پر لاگت = $\frac{750}{1000}$ روپے

1280 ٹائیلوں پر لاگت = $1280 \times \frac{750}{1000}$

= 960 روپے

نوٹ : رقبہ ، لمبائی اور چوڑائی میں سے کوئی سی دو مقداریں معلوم ہوں تو تیسری مقدار مندرجہ ذیل کلیوں سے معلوم کر سکتے ہیں ۔

چونکہ مستطیلی علاقے کا رقبہ = مستطیل کی لمبائی × مستطیل کی چوڑائی

اس لیے

$$\text{مستطیل کی لمبائی} = \frac{\text{مستطیلی علاقے کا رقبہ}}{\text{مستطیلی کی چوڑائی}}$$

اور

$$\text{مستطیل کی چوڑائی} = \frac{\text{مستطیلی علاقے کا رقبہ}}{\text{مستطیل کی لمبائی}}$$

مثال 3 ایک کمرے کی لمبائی 10 میٹر اور چوڑائی 6 میٹر ہے ۔ اگر کمرے میں بچھائے جانے والے ٹاٹ کی چوڑائی 75 سم ہو تو ٹاٹ کی لمبائی معلوم کیجیے ۔

حل

فرش کی لمبائی = 10 میٹر

فرش کی چوڑائی = 6 میٹر

فرش کا رقبہ = 6 × 10 مربع میٹر

= 60 مربع میٹر

ٹاٹ کی چوڑائی = 75 سم

$= \frac{75}{100}$ میٹر

چونکہ ٹاٹ کا رقبہ = فرش کا رقبہ = 60 مربع میٹر

اس لیے

$$\text{ٹاٹ کی لمبائی} = \frac{\text{فرش کا رقبہ}}{\text{ٹاٹ کی چوڑائی}} = \frac{\text{ٹاٹ کا رقبہ}}{\text{ٹاٹ کی چوڑائی}}$$

$= 60 \div \frac{75}{100}$

$= 60 \times \frac{100}{75}$

= 80 میٹر

مشق 9.1

.1 120 میٹر لمبے اور 90 میٹر چوڑے باغ کے گرداگرد 4 میٹر چوڑی سڑک کا رقبہ معلوم کیجیے ۔

.2 30 میٹر لمبے اور 25 میٹر چوڑے باغیچے کے گرداگرد اندر کی طرف 3 میٹر چوڑی سڑک پر بجری بچھانے کا خرچ 5 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے معلوم کیجیے ۔

.3 20 سم لمبی اور 15 سم چوڑی تصویر کے گرد 2 سم چوڑا فریم لگنے کے بعد تصویر کا رقبہ معلوم کیجیے ۔

.4 60 میٹر لمبے اور 45 میٹر چوڑے باغ میں لیموں کے کتنے پیڑ لگیں گے ۔ جبکہ ایک پیڑ کے لیے 9 مربع میٹر جگہ درکار ہو ۔

.5 450 میٹر لمبے اور 275 میٹر چوڑے باغ کے گرداگرد اندر کی طرف 4 میٹر چوڑی سڑک کو مرمت کرانے کا خرچ 10 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے معلوم کیجیے ۔

.6 100 میٹر لمبے اور 60 میٹر چوڑے قطعہ میں سے چاروں طرف 5 میٹر چوڑی جگہ چھوڑ کر ہاکی کا گراؤنڈ بنایا گیا ہے ۔ چھوڑی ہوئی جگہ کا رقبہ معلوم کیجیے ۔

.7 45 میٹر لمبے اور 30 میٹر چوڑے صحن کے فرش پر لگی ہوئی $22\frac{1}{2}$ سم لمبی اور 15 سم چوڑی اینٹوں کی قیمت بحساب 1260روپے فی ہزار اینٹ معلوم کیجیے ۔

.8 ایک کمرے کے فرش پر 76 سم چوڑائی کا ٹاٹ بحساب 6 روپے فی میٹر 108 روپے کا بچھے گا ۔ اگر کمرے کی لمبائی 5.7 میٹر ہو تو کمرے کی چوڑائی معلوم کیجیے ۔

.9 10 میٹر لمبے فرش پر 13 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے دری بچھانے کا خرچ 650 روپے ہے ۔ فرش کی چوڑائی معلوم کیجیے ۔

.10 20 میٹر لمبے اور 15 میٹر چوڑے بنگلے کے گرداگرد باہر کی طرف 2.5 میٹر چوڑا برآمدہ بنا ہوا ہے ۔ اس برآمدے میں فرش لگوانے کا خرچ بحساب 80 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے ۔

11. ایک کمرہ اندر سے 12 میٹر لمبا اور 9 میٹر چوڑا ہے ۔ اس کی دیواریں 50 سم موٹی ہیں ۔ کمرے کے باہر باہر چاروں طرف 2.5 میٹر چوڑے برآمدے کے فرش کا رقبہ معلوم کیجیے ۔

12. ایک ہال کمرے کے فرش کی لمبائی 25 میٹر اور چوڑائی 18 میٹر ہے ۔ اس پر لگنے والی 20 سم لمبے ضلع کی مربع ٹائلوں کی قیمت بحساب 1250 روپے فی ہزار ٹائیل معلوم کیجیے ۔

13. 6 میٹر لمبے اور 3.5 میٹر چوڑے کمرے کے فرش پر ٹاٹ بچھانے کا خرچ 3 روپے فی میٹر کے حساب سے 84 روپے ہے ۔ ٹاٹ کی چوڑائی معلوم کیجیے ۔

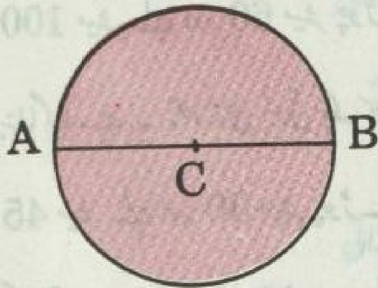
14. مسجد کے فرش کی لمبائی 8 میٹر اور چوڑائی 6 میٹر ہے ۔ اس پر ایک میٹر لمبائی اور 48 سم چوڑائی کی کتنی چٹائیاں بچھیں گی ۔



9.2 دائرے کے قطر کی پیمائش

ہم جانتے ہیں کہ دائرے کے مرکز سے گزرنے والے وتر کو قطر کہتے ہیں ۔

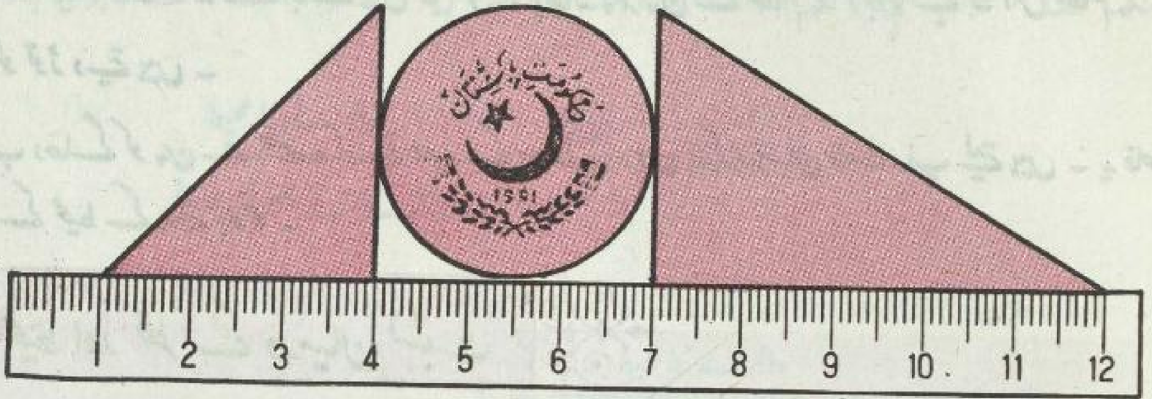
مثلاً سامنے بنے ہُوئے دائرے کا ایک وتر $\overline{AB}$ ہے ۔ جو مرکز C میں سے گزرتا ہے ۔ اِس لیے $\overline{AB}$ اس دائرے کا ایک قطر ہے ۔



چونکہ قطر ایک قطعہ خط ہوتا ہے اس لیے اِس کی پیمائش کی جاسکتی ہے ۔

قطر کی پیمائش کے لیے دائرے کا مرکز معلوم ہونا چاہیے ۔ تاہم اگر مرکز معلوم نہ ہو تو دائرے کے قطر کی پیمائش درج ذیل طریقے سے کیجئے ۔

ایک روپیہ کا سکّہ لیجیے ۔ اس کو اگلے صفحہ پر دی گئی شکل کے مطابق مسطر کے کنارے پر دو سیٹ سکوئروں کے درمیان رکھ کر اس کے قطر کی پیمائش کیجیے ۔



سکّے کا قطر 3 سم ہے

9.3 دائرے کے محیط کی پیمائش (پہلا طریقہ)

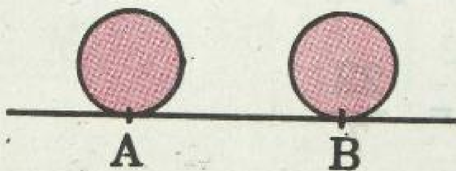
ہم جانتے ہیں کہ دائرہ کی پیمائش کو دائرے کا محیط کہتے ہیں ۔ محیط کی پیمائش کرنے کے لیے دائرے کی شکل کی کوئی چیز لیں ۔

مثلاً ایک روپیہ کا سکّہ

اِس کے کنارے پر کسی ایک جگہ سیاہی کا نشان لگائیں ۔ اس کو لکیر دار صفحہ کی سطر کے اُوپر اس نِشان سے چلانا شروع کریں جس جگہ رُوپیہ کے کنارے پر سیاہی کا نِشان لگا ہُوا ہے ۔

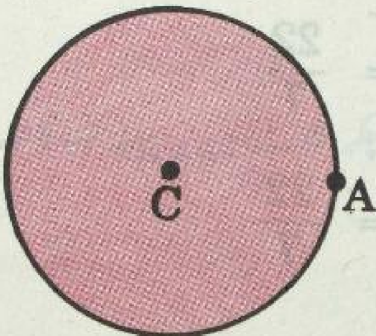
جہاں سیاہی زدہ نشان کاغذ کی لکیر کو چُھوئے گا وہیں کاغذ پر سیاہی کا نِشان لگ جائے گا ۔ جب سیاہی کا یہی نشان دوبارہ کاغذ کو چُھوئے تو سکّے کو اٹھا لیں ۔

اِسی طرح سامنے دی گئی شکل کے مطابق ایک قطعہ خط بن جاتا ہے ۔ جس کے سِرے سیاہی سے بنے ہُوئے دو نشانات ہیں ۔ قطعہ خط AB کی لمبائی دائرے کا محیط ہے ۔



(دُوسرا طریقہ)

دائرہ کے محیط کی پیمائش کے لیے ہم دائرے پر نقطہ A کے مقام پر پِن گاڑتے ہیں ۔ اب دھاگہ کے ایک سِرے کو پن کے ساتھ باندھ دیتے ہیں اور دھاگے



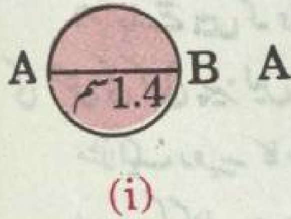
کو دائرے کے ساتھ ساتھ رکھتے جاتے ہیں ۔ حتّٰی کہ دھاگہ پھر پن کے مقام پر آ جاتا ہے ۔ اس مقام پر ہم دھاگے کو توڑ دیتے ہیں ۔

اب دھاگے کو پن سے علیٰحدہ کرکے اس کے دونوں سِروں کے درمیان فاصلہ ماپ لیتے ہیں ۔ یہ فاصلہ دائرے کے محیط کے برابر ہوگا ۔

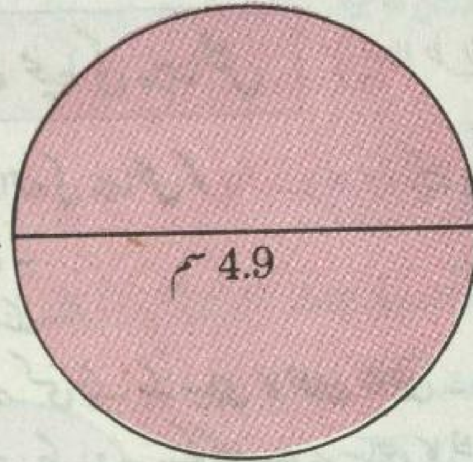


9.4 محیط اور قطر کے درمیان نسبت

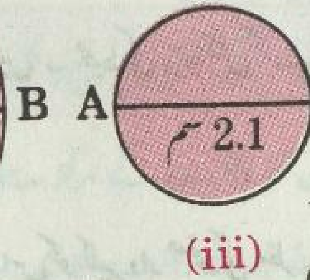
نیچے کی اشکال میں تین مختلف دائرے دکھائے گئے ہیں ۔



(i)



(ii)



(iii)

شکل (i) میں دائرے کا قطر 1.4 سم لمبا اور محیط تقریباً 4.4 سم ہے ۔

شکل (ii) میں دائرے کا قطر 4.9 سم لمبا ہے اور محیط تقریباً 15.4 سم ہے ۔

شکل (iii) میں دائرے کا قطر 2.1 سم لمبا اور محیط تقریباً 6.6 سم ہے ۔ اگر ہم ہر دائرے کے محیط اور قطر کے درمیان نسبت معلوم کریں تو

شکل (i) $\frac{4.4}{1.4} = \frac{44}{14} = \frac{22}{7}$

شکل (ii) $\frac{15.4}{4.9} = \frac{154}{49} = \frac{22}{7}$

شکل (iii) $\frac{6.6}{2.1} = \frac{66}{21} = \frac{22}{7}$

اِس میں ہر نسبت $\frac{22}{7}$ یا تقریباً 3.14 کے برابر ہے ۔ اِس نسبت کو علامت π سے ظاہر کیا جاتا ہے ۔

$$\frac{\text{دائرے کا محیط}}{\text{دائرے کے قطر کی لمبائی}} = \frac{22}{7} = 3.14 = \pi$$

پس

$$\pi = \frac{\text{دائرے کا محیط}}{\text{دائرے کے قطر کی لمبائی}}$$

اس کلیہ کی مدد سے دائرے کا محیط معلوم کیا جاسکتا ہے ۔

$$\text{دائرے کا محیط} = \pi \times \text{دائرے کے قطر کی لمبائی}$$

اگر دائرے کے قطر کی لمبائی $2r$ ہو تو

$$\text{دائرے کا محیط} = 2\pi r$$

مثال 1 ایک سکول کی گھنٹی کے قطر کی لمبائی 21 سم ہے ۔ اس کا محیط معلوم کیجیے ۔

حل

قطر کی لمبائی $= 2r = 21$ سم

گھنٹی کا محیط $= \pi \times$ گھنٹی کا قطر

$= \frac{22}{7} \times 21$

$= 66$ سم

مثال 2 ایک پہیے کا رداس 45 سم ہے ۔ بتائیے کہ 100 چکر لگانے میں یہ پہیہ کتنا فاصلہ طے کرے گا۔ $(\pi = 3.14)$

حل

پہیے کا رداس = r = 45 سم

پہیے کے قطر کی لمبائی = 2r = 2 × 45 = 90 سم

پہیے کا محیط = π × 2r

= 3.14 × 90

= 282.60 سم

پہیہ 1 چکر میں جتنا فاصلہ طے کرتا ہے = 282.60 سم

پہیہ 100 چکروں میں جتنا فاصلہ طے کرتا ہے ۔ = 100 × 282.60

= 28260 سم

مثال 3 ایک دائرے کی لمبائی 35.2 میٹر ہے ۔ اس کے قطر کی لمبائی معلوم کیجیے ۔

حل دائرے کی لمبائی = دائرے کا محیط

= 35.2 میٹر

لیکن دائرے کا محیط = π × قطر

= π × 2r

لہٰذا

$$2r \times \pi = 35.2$$

$$2r = \frac{35.2}{\frac{22}{7}}$$

$$= 35.2 \div \frac{22}{7}$$

$$= 35.2 \times \frac{7}{22}$$

= 11.2 میٹر

مشق 9.2

1. دائرے سے متعلق ذیل کے خالی خانے پُر کیجیے ۔ (پہلے چار سوال زبانی ہیں)

نمبر شمار	π	قطر کی لمبائی = 2r	رداس = r	محیط = $2\pi r$
(i)	$\frac{22}{7}$	14 سم		
(ii)	3.14		50 میٹر	
(iii)	$\frac{22}{7}$			88 سم
(iv)	3.14			157 ڈم
(v)	$\frac{22}{7}$	56 ڈم		
(vi)	$\frac{22}{7}$		9.1 میٹر	
(vii)	3.14	25 سم		
(viii)	3.14		15 میٹر	
(ix)	$\frac{22}{7}$			363 میٹر
(x)	3.14			109.9 میٹر

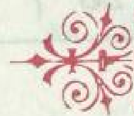
مندرجہ ذیل تمام سوالوں میں $\frac{22}{7} = \pi$ لی جائے ۔

2. ایک گول میدان کا قطر 3.5 میٹر لمبا ہے ۔ اس کے گرد ایک دفعہ گھومنے میں کتنا فاصلہ طے کرنا پڑے گا ؟

3. 77 سم رداس کے گول میز پوش کے گِرد کِتنی لمبی جھالر لگے گی ؟

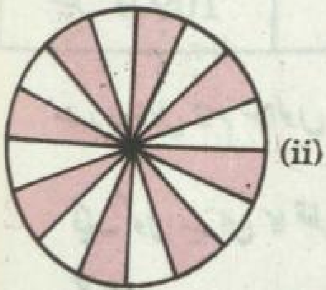
4. ایک ٹائم پیس کی منٹ کی سُوئی 4.2 سم لمبی ہے ۔ اس کی نوک ایک گھنٹے میں کتنا فاصلہ طے کرے گی ؟

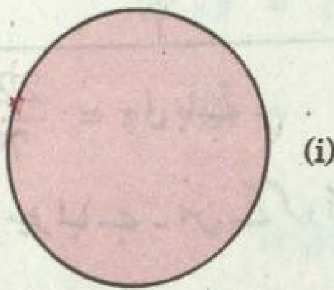
5. ایک بالٹی کے پیندے پر 1.1 میٹر لمبی پٹی کا کڑا چڑھایا گیا ہے ۔ اس پیندے کے قطر کی لمبائی معلوم کیجیے ۔
6. ایک موٹر کار کا پہیہ ایک چکر میں 2.64 میٹر کا فاصلہ طے کرتا ہے ۔ اس کا رداس معلوم کیجیے ۔
7. پانی کی ایک گول ٹینکی کا محیط 23.1 میٹر ہے ۔ اس کے قطر کی لمبائی معلوم کیجیے ۔
8. 440 میٹر کی دوڑ کے لیے کتنے رداس کا گول راستہ بنایا جائے گا ؟
9. 21 میٹر لمبے قطر کے گول پارک کے گِرداگِرد تار لگوانے کا خرچ بحساب 45 روپے فی میٹر معلوم کیجیے ۔
10. ایک کنویں کا قطر 4.2 میٹر لمبا ہے ۔ اس کے گرد 7 ڈم چوڑا چبوترا بنا ہوا ہے ۔ بتائیں کنویں کے منہ کا گھیرا چبوترے کے بیرونی گھیرے سے کتنا کم ہے ؟
11. فخر کے سائیکل کا پہیہ 5.6 ڈم لمبے قطر کا ہے ۔ سکول سے گھر تک جانے میں پہیہ نے 434 چکر لگائے ۔ اس کا گھر سکول سے کتنی دُور ہے ؟
12. 42 سم رداس کا پہیہ 660 میٹر جانے میں کتنے چکر لگائے گا ؟
13. ایک گھوڑے کو سدھاتے وقت 105 میٹر لمبے قطر کے چکر میں 30 منٹ تک دوڑایا گیا اگر گھوڑا ایک منٹ میں 6 چکر کاٹے تو وہ کُل کتنا فاصلہ دوڑے گا۔
14. ایک گول میدان کے گرد 6 کلومیٹر فی گھنٹا کی رفتار سے ایک چکر لگانے میں 1 گھنٹا اور 50 منٹ لگتے ہیں ۔ اس میدان کے قطر کی لمبائی معلوم کیجیے ۔

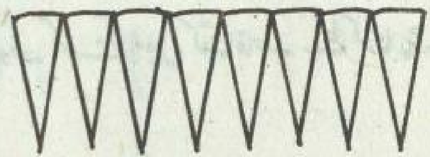


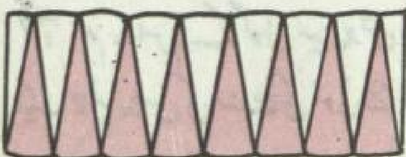
9.5 دائروی علاقے کا رقبہ

ایک دائروی علاقہ لیں ۔ اس کو سولہ برابر حصّوں میں تقسیم کیجیے ۔ جیسا کہ شکل (ii) میں دکھایا گیا ہے ۔ ان سولہ حصوں میں سے آٹھ حصّے سایہ دار اور آٹھ حصّے سفید دکھائے گئے ہیں ۔


(ii)


(i)




(iv)

(iii)

ان حصّوں کو احتیاط سے کاٹیے جیسا کہ شکل (iii) سے ظاہر ہے ۔ اب ان حصّوں کو دکھائی گئی شکل (iv) کے مطابق جوڑیے ۔ شکل (iv) میں آٹھویں سفید حصّے کو دو برابر حصّوں میں کاٹ کر ایک سفید حصّہ شکل (iv) کے شروع میں اور ایک آخر میں لگا دیا گیا ہے ۔

شکل (iv) ایک مستطیلی علاقہ معلوم ہوتا ہے ۔ جس کی لمبائی اور چوڑائی معلوم کرنا ہے ۔ مستطیلی علاقے کی لمبائی دائرے کے نصف محیط کے برابر ہوگی اور چوڑائی دائرے کے رداس کے برابر ہوگی ۔

اس لیے

مستطیلی علاقے کا رقبہ = دائروی علاقے کا رقبہ

= مستطیل کی لمبائی × مستطیل کی چوڑائی

= دائرے کا نصف محیط × دائرے کا رداس

$$= r \times \left(\frac{2\pi r}{2}\right)$$

$$= r^2 \times \pi$$

پس

دائروی علاقے کا رقبہ = πr^2

مثال 1 40 سم رداس کی گول میز کے تختے پر پالش کرانے کا خرچ بحساب 50 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے ۔

حل تختے کا رداس = $r = 40$ سم = $\frac{40}{100}$ میٹر = .4 میٹر

تختے کی بالائی سطح کا رقبہ = $\pi r^2 = 3.14 \times (0.4)^2$

= 0.5024 مربع میٹر

1 مربع میٹر میز کے تختے پر پالش کرانے کا خرچ = 50 روپے

0.5024 مربع میٹر میز کے تختے پر پالش کرانے کا خرچ = $0.5024 \times 50 = 25.1200 = 25.12$ روپے

مثال 2 پھولوں کی ایک گول کیاری کا رقبہ 1.54 مربع میٹر ہے ۔ اس کے گرد باڑ لگوانے کا خرچ بحساب 10 روپے فی میٹر بتائیے ۔ $(\pi = 3.14)$

حل دائروی کیاری کا رقبہ = 1.54 مربع میٹر

$$\pi r^2 = 1.54$$

$$r^2 = \frac{1.54}{3.14}$$

$r^2 = 0.49$ مربع میٹر

$r = 0.7$ میٹر

قطر کی لمبائی = $2r$ میٹر

$$= 2 \times 0.7$$

$= 1.4$ میٹر

دائروی علاقے کے محیط کی لمبائی = $\pi \times 2r$

$$= 3.14 \times 1.4$$

$= 4.396$ میٹر

ایک میٹر لمبی باڑ لگوانے کا خرچ = 10 روپے

4.396 میٹر لمبی باڑ لگوانے کا خرچ = 4.396×10

$= 43.96$ روپے

مشق 9.3

1. دائروی علاقے کے متعلق ذیل کے خالی خانے پُر کیجیے ۔ (پہلے چار جزو زبانی ہیں)

نمبر شمار	π	r = رداس	$2r$ = قطر کی لمبائی	πr^2 = دائروی علاقے کا رقبہ
(i)	$\frac{22}{7}$	7 سم		

نمبر شمار	π	رداس = r	قطر کی لمبائی = 2r	دائروی علاقے کا رقبہ = πr^2
(ii)	$\frac{22}{7}$		14 سم	
(iii)	3.14	10 ڈم		
(iv)	3.14		15 میٹر	
(v)	$\frac{22}{7}$	2.1 سم		
(vi)	$\frac{22}{7}$		6.3 مم	
(vii)	3.14		45 ڈم	
(viii)	3.14	25 سم		
(ix)	$\frac{22}{7}$			2464 مربع سم
(x)	$\frac{22}{7}$			616 مربع میٹر
(xi)	3.14			28.26 مربع مم
(xii)	3.14			12.56 مربع ڈم

2. طارق کی کوٹھی میں 3.5 میٹر رداس کی گول کیاری میں پھول لگے ہوئے ہیں ۔ کیاری کا رقبہ معلوم کیجیے ۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

3. فخر کے باغ میں 6.3 میٹر لمبے قطر کا گول تالاب بنا ہوا ہے ۔ اس تالاب کے فرش کا رقبہ دریافت کیجیے ۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

4. 20 میٹر رداس کے گول پارک میں گھاس لگانے کا خرچ بحساب 13 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے ۔ $(\pi = 3.14)$

5. ایک گول چبوترے کے قطر کی لمبائی 63 ڈم ہے ۔ اس کے فرش کی مرمت کرانے کا خرچ بحساب 10 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے ۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

6. 25 میٹر رداس کے گول میدان کو ہموار کرانے پر 8 روپے فی مربع میٹر کے حساب سے کیا لاگت آئے گی ؟ $(\pi = 3.14)$

7. ایک مینار پر کھڑے ہو کر 1.75 کلومیٹر تک چاروں طرف کی چیزیں دکھائی دیتی ہیں ۔ بتائیے مینار پر سے کل کتنے علاقے کی چیزیں دیکھی جاسکتی ہیں ؟ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

8. 28 میٹر رداس کے ایک گول میدان میں گھاس لگوائی گئی ۔ اس گھاس کا وزن معلوم کیجیے ۔ ایک کلوگرام گھاس 14 مُربع میٹر میں لگتی ہو ۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

9. 30 میٹر رداس کے گول باغ میں کھاد ڈلوانے کا خرچ بحساب 16 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے ۔ $(\pi = 3.14)$

10. لوہے کی ایک چادر کا وزن 0.7 کلوگرام فی مربع ڈیسی میٹر ہے ۔ اس چادر سے بنے ہُوئے 3 ڈیسی میٹر قطر کے توے کا وزن معلوم کیجیے ۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

11. ایک گول سکّے میں ایک طرف سے مستوی سطح کا رقبہ $38\frac{1}{2}$ مربع سم ہے۔ اس سکّے کا رداس معلوم کیجیے ۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

12. پان رکھنے والی گول تھالی کی اندرونی مستوی سطح کا رقبہ $2\frac{13}{32}$ مربع ڈیسی میٹر ہے ۔ اس کا رداس بتائیے ۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

13. 1256 مُربع میٹر رقبہ میں پھیلے ہُوئے ایک گول پارک کے قطر کی لمبائی معلوم کیجیے۔ $(\pi = 3.14)$

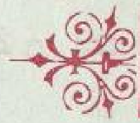
14. ایک دائروی علاقے کا محیط 157 سم ہے ۔ اس کا رقبہ معلوم کیجیے ۔ $(\pi = 3.14)$

15 ایک دائروی علاقے کا رقبہ 616 مربع میٹر ہے ۔ اس کا محیط معلوم کیجیے ۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

16. ایک مستطیل کھیت کی لمبائی 28 میٹر اور چوڑائی 22 میٹر ہے ۔ اگر اس کھیت کے عوض اتنے ہی رقبے کا گول کھیت لیا جائے تو اس کھیت کا رداس کیا ہوگا ؟ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

17. 15 میٹر اور 36 میٹر لمبے قطروں کے دو دائروی علاقوں کے عوض کتنے رداس کا ایک گول علاقہ مل سکتا ہے۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

18. 42 سم اور 49 سم رداسوں کے دو ہم مرکز دائروں کے درمیانی علاقے کا رقبہ معلوم کیجیے۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



9.6 مکعب اور مکعب نما کے حجم کے مسائل

چھٹی جماعت میں ہم پڑھ چکے ہیں کہ ایک مجسّم سے گھری ہوئی جگہ اس کا حجم کہلاتی ہے۔

مکعب نما کا حجم = لمبائی × چوڑائی × بلندی

مکعب کا حجم = کنارا × کنارا × کنارا

مکعب اور مکعب نما کا حجم معلوم کرنے کے لیے دی گئی مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کیجیے۔

مثال 1 45 سم لمبے کنارے کا مکعب صندوق ایک سم موٹی لکڑی سے بنا ہوا ہے۔ لکڑی کا حجم معلوم کیجیے۔

حل

صندوق کی لمبائی = 45 سم

صندوق کی چوڑائی = 45 سم

صندوق کی اُونچائی = 45 سم

باہر سے صندوق کا حجم = 45 × 45 × 45 مکعب سم

= 91125 مکعب سم

اندر سے صندوق کی لمبائی = 45 - 2 = 43 سم

اندر سے صندوق کی چوڑائی = 45 - 2 = 43 سم

اندر سے صندوق کی اونچائی = 45 - 2 = 43 سم

اندر سے صندوق کا حجم = 43 × 43 × 43 مکعب سم

مکعب سم 79507 =

مکعب سم $(91125 - 79507)$ = صندوق میں لگی لکڑی کا حجم

مکعب سم 11618 =

کنارا : جہاں دو پہلو ملتے ہیں اسے مکعب یا مکعب نما کا کنارا کہتے ہیں ۔

مثال 2 کھاد کا ایک ڈھیر 5 میٹر لمبے کنارے کا مکعب ہے۔اگر ایک چھکڑا ایک پھیرے میں $6\frac{1}{4}$ مکعب میٹر کھاد لے جائے تو کھاد کا ڈھیر اٹھانے میں کتنے پھیرے لگیں گے ؟

حل کھاد کے ڈھیر کا حجم $= 5 \times 5 \times 5 = 125$ مکعب میٹر

ایک چھکڑا $\frac{25}{4}$ مکعب میٹر کھاد لے جاتا ہے $= 1$ پھیرے میں

ایک مکعب میٹر کھاد لے جائے گا $= 1 \div \frac{25}{4}$

$= 1 \times \frac{4}{25}$

125 مکعب میٹر کھاد لے جائے گا ۔ $= 125 \times \frac{4}{25} = 20$ پھیرے

مشق 9.4

1. لکڑی کا ایک صندوق 35 سم لمبے کنارے کا مکعب ہے ۔ اس کے اندر کتنی ہوا سمائے گی جبکہ اس کی لکڑی کی موٹائی $1\frac{1}{2}$ سم ہو ؟

2. 10 میٹر لمبے کنارے کے مکعب شکل گڑھے کی مٹّی کو ایک ٹرک کتنے پھیروں میں لے جائے گا جبکہ ایک پھیرے میں $12\frac{1}{2}$ مکعب میٹر مٹّی جاتی ہے ۔

3. لکڑی کے ایک مکعب صندوق کا اندرونی کنارا 40 سم لمبا ہے ۔ وہ کتنی جگہ گھیرے گا جبکہ اس میں

لکڑی کی موٹائی ایک سم ہو؟

4. 15 میٹر لمبے کنارے کے مکعب حوض میں کتنی مشکیں نکالنے سے پانی کی سطح ایک میٹر نیچی ہو جائے گی جبکہ ایک مشک میں $\frac{1}{2}$ مکعب میٹر پانی آتا ہے۔

5. ایک اٹیچی کیس $\frac{1}{2}$ سم موٹے چمڑے کا بنا ہُوا ہے۔ اگر وہ باہر سے 41 سم لمبا، 26 سم چوڑا اور 16 سم اُونچا ہو، تو اس کی اندرونی جسامت اور اس میں لگے ہُوئے چمڑے کا حجم معلوم کیجیے۔

6. 50 سم لمبے، 30 سم چوڑے اور 10 سم موٹے لکڑی کے ایک ٹکڑے میں سے 5 سم لمبے کنارے کے کتنے مکعب بلاک کاٹے جاسکتے ہیں؟

7. لوہے کی ایک تجوری 25 سم لمبے کنارے کا مکعب ہے۔ اگر اس میں لگے ہوئے لوہے کی موٹائی 2 سم ہو تو تجوری کا وزن معلوم کیجیے جبکہ اس میں لگے ہوئے ایک مکعب سم لوہے کا وزن 20 گرام ہو۔

8. ایک دیوار 20 میٹر لمبی، 4 میٹر اونچی اور 0.5 میٹر موٹی ہے۔ اس میں کتنی اینٹیں لگیں گی جبکہ ہر ایک اینٹ کا حجم $5 \times 10 \times 20$ مکعب سم ہو؟

9. چاول رکھنے کی ایک مکعب پیٹی کا کِنارا 24 سم لمبا ہے۔ اگر اس پیٹی میں لگی ہُوئی چادر کی موٹائی 5 ملی میٹر ہو تو اس کی قیمت بحساب 0.75 روپے فی مکعب سم معلوم کیجیے۔

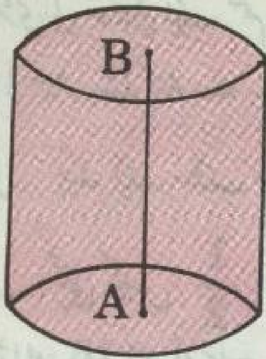
10. ایک حوض 16 میٹر لمبا، 12 میٹر چوڑا اور $2\frac{1}{2}$ میٹر گہرا ہے۔ اس کی ایک نالی میں سے ایک منٹ میں 15 مکعب میٹر پانی خارج ہوسکتا ہے۔ یہ نالی بھرے ہُوئے حوض کو کتنی دیر میں خالی کرے گی؟

11. بِستروں کو رکھنے والی ایک پیٹی کے کنارے 81 سم، 61 سم اور 41 سم ہیں اور اس میں لگی ہوئی چادر 5 ملی میٹر موٹی ہے۔ اس کی قیمت بحساب 25 روپے فی کلوگرام معلوم کیجیے جبکہ ایک مکعب سم چادر کا وزن 16 گرام ہو۔

12. ایک عیدگاہ کی 80 میٹر لمبی، 1.2 میٹر اونچی اور 25 سم موٹی چار دیواری میں کتنی اینٹیں لگیں گی جبکہ ہر ایک اینٹ کا حجم $5 \times 10 \times 20$ مکعب سم ہو؟ اگر اینٹوں کا بھاؤ 1240 روپے فی ہزار ہو تو اینٹوں کی قیمت بھی معلوم کیجیے۔

9.7 بیلن کا تصوّر

گول مستوی تار کول کے ڈرم، گھی کے ڈبّے کی شکل کے اجسام کو جیومیٹری میں بیلن کہتے ہیں۔ چونکہ بیلن کا قاعدہ ایک دائروی علاقہ ہوتا ہے۔ اِس لیے بیلن کو دائروی بیلن بھی کہتے ہیں۔ بیلن کا کوئی



سیدھا کنارا نہیں ہوتا ۔

سامنے دی گئی شکل پر غور کرنے سے پتہ چلتا ہے کہ اس کی سطح تین حصّوں پر مشتمل ہے ۔ ایک حصّہ مخنی اور باقی دو حصّے دائروی علاقوں کی مانند ہیں ۔ یہ دائروی علاقے ایک ہی رداس کے ہوتے ہیں ۔

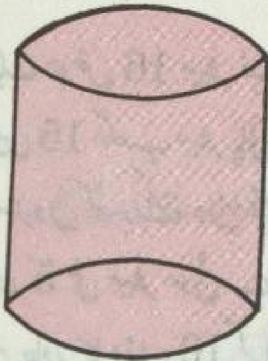
بیلن کے منحنی حصّے کی لمبائی کو بیلن کی لمبائی یا بلندی کہتے ہیں ۔ اسے ہم 'h' سے ظاہر کریں گے جبکہ دائروی علاقے کے رداس کو 'r' سے۔

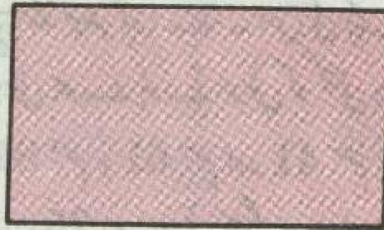


9.8 بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ

ہم پڑھ چکے ہیں کہ بیلن کی ایک سطح منحنی ہوتی ہے ۔ آیئے اب ہم اس منحنی سطح کا رقبہ معلوم کرنے کا کلیہ دریافت کریں ۔

ایک کھوکھلا بیلن لیں ۔ اس کو اُونچائی کے رُخ کاٹ کر پھیلائیں ۔





ہم دیکھتے ہیں کہ بیلن کی منحنی سطح ایک مستطیل کی شکل اختیار کر لیتی ہے ۔

مستطیلی علاقے کی لمبائی = بیلن کے قاعدے کا محیط

مستطیلی علاقے کی چوڑائی = بیلن کی بلندی

مستطیلی علاقے کا رقبہ = مستطیلی علاقے کی لمبائی × مستطیلی علاقے کی چوڑائی

بیلن کی منخی سطح کا رقبہ = منتطیلی علاقے کا رقبہ

مستطیلی علاقے کی لمبائی × مستطیلی علاقے کی چوڑائی =

بیلن کے قاعدے کا محیط × بیلن کی بلندی =

$= h \times 2\pi r$

$= 2\pi rh$



9.9 بیلن کی کل سطح کا رقبہ

بیلن کی سطح کے تین حصے ہوتے ہیں ۔ ایک منحنی اور دو دائروی، دائروی حصوں میں سے ہر ایک کا رقبہ πr^2 ہوتا ہے ۔

دو دائروی حصوں کا رقبہ + بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ = بیلن کی سطح کا کل رقبہ

$= 2\pi rh + (\pi r^2 + \pi r^2)$

$= 2\pi rh + 2\pi r^2$

$= 2\pi r\,(h + r)$

مثال 1 لوہے کی چادر کے اس ٹکڑے کی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے جو 10.5 سم رداس کی 4 میٹر لمبی نالی بنانے میں کام آئے گی ۔

حل

$r = 10.5$ سم

$h = 4$ میٹر

$= 400$ سم

بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ $= 2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{105}{10} \times 400$$

$= 2 \times 22 \times 15 \times 40$

$= 26400$ مربع سم

مثال 2 ایک بیلن کے قاعدے کا رداس 10 سم ہے ۔ اس کی سطح کا کل رقبہ معلوم کیجیے جبکہ اس کی لمبائی 15 سم ہو ۔ $(\pi = 3.14)$

حل پہلا طریقہ

$r = 10$ سم

$h = 15$ سم

بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ $= 2\pi rh$

$= 2 \times 3.14 \times 10 \times 15$

$= 942$ مربع سم

دائروی علاقے کا رقبہ $= \pi r^2$

$= 3.14 \times (10)^2$

$= 314$ مربع سم

بیلن کی سطح کا کل رقبہ = بیلن کی منحنی سطح کا رقبہ + 2 × (دائروی علاقے کا رقبہ)

$= 2\pi rh + 2\pi r^2$

$= 942 + 2 \times 314$

$= 942 + 628$

$= 1570$ مربع سم

دوسرا طریقہ

$r = 10$ سم

$h = 15$ سم

بیلن کی کل سطح کا رقبہ $= 2\pi r\,(r + h)$

$= 2 \times 3.14 \times 10\,(10 + 15)$

$= 2 \times 3.14 \times 10 \times 25$

$= 1570$ مربع سم

مشق 9.5

1. بیلن سے متعلق ذیل کے نقشے کی خانہ پُری کیجیے $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

نمبر شمار	r = رداس	2r = قطر کی لمبائی	h = بلندی	منحنی سطح کا رقبہ $= 2\pi rh$	کل سطح کا رقبہ $= 2\pi r(r+h)$
(i)	7 سم		12 سم		
(ii)		10.5 سم	16 سم		
(iii)	15 ڈم		14 ڈم		
(iv)		12 میٹر	21 میٹر		

2. لکڑی کا ایک بیلن 14 سم اونچا ہے ۔ اگر اس کے قاعدے کا رداس 5 سم ہو تو اس کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کیجیے ۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

3. ایک پھکنی کی لمبائی 21 سم ہے اور اس کا اندرونی رداس 2 سم ہے ۔ اس کی اندرونی سطح کا رقبہ دریافت کیجیے ۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

4. لکڑی کا ایک بیلن نما گملا 3.5 ڈم اُونچا ہے اور اس کے قُطر کی لمبائی 15 سم ہے ۔ اس کی منحنی سطح پر رنگ کرانے کا خرچ بحساب 5 پیسے فی مُربع سم معلوم کر دیں $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

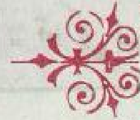
5. ایک ستون کے قطر کی لمبائی ایک میٹر اور اونچائی 3.5 میٹر ہے اور اس کی منحنی سطح پر روغن کرانے کا خرچ بحساب 5 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے ۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

6. ایک کنویں کے اندرونی قطر کی لمبائی 4 میٹر ہے ۔ اس کی دیوار پر 21 میٹر گہرائی تک سیمنٹ کرانے کا خرچ بحساب 25 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے ۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

7. ایک بیلن شکل کے کُھلے حوض کا رداس 10 میٹر اور گہرائی 4 میٹر ہے ۔ اس کی دیواروں اور فرش پر

سفیدی کرانے کا خرچ بحساب 4 روپے فی مربع میٹر معلوم کیجیے ۔ $(\pi = 3.14)$

8. پٹرول کی بیلن شکل بند ٹینکی کا اندرونی رداس 4.2 میٹر اور گہرائی 5 میٹر ہے ۔ اس کے اندر سب طرف پالش کرانے کا خرچ بحساب 7.50 روپے فی مُربع میٹر معلوم کیجیے ۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



9.10 بیلن کا حجم

اب ہم بیلن کے حجم کا کلیہ معلوم کرتے ہیں ۔

1. ایک سم بلندی کا ایک بیلن لیا جس کے قاعدے کا رداس 'r' سم ہو ۔

اس کے قاعدے کا رقبہ πr^2 مربع سم ہوگا ۔ یعنی اس بیلن میں ایک سم ضلع کے πr^2 مکعب سما سکتے ہیں جن میں سے ہر ایک کی بلندی 1 سم ہوگی ۔ اس لیے اس بیلن میں ایک سم کنارے کے πr^2 مکعب سما سکتے ہیں ۔

یعنی اس کا حجم πr^2 مکعب سم ہوگا ۔

2. ایسے دو بیلن اوپر نیچے رکھنے سے ان کی کُل بلندی 2 سم ہوگی اور حجم $2\pi r^2$ مکعب سم۔

3. ایسے تین بیلن اوپر نیچے رکھنے سے ان کی بلندی 3 سم ہوگی اور حجم $3\pi r^2$ مکعب سم۔

اس قسم کی چند اور مثالوں سے ہم اس نتیجے پر پہنچتے ہیں کہ

بیلن کا حجم = π × رداس × رداس × بلندی

$$= \pi \times r \times r \times h$$

$$= \pi r^2 h$$

نوٹ : 'h' بیلن کی بلندی کو ظاہر کرتا ہے ۔

مثال 1 ایک بیلن کی لمبائی 21 سم اور قاعدے کا رداس 5 سم ہے ۔ بیلن کا حجم معلوم کیجیے۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

حل

قاعدے کا رداس = r = 5 سم

بیلن کی بلندی = h = 21 سم

بیلن کا حجم = π × رداس × رداس × بلندی = $\pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 21$

= 1650 مکعب سم

مشق 9.6

.1 بیلن کے متعلق ذیل کے نقشے میں خالی خانے پُر کیجیے۔

نمبر شمار	r = رداس	2r = قطر کی لمبائی	h = لمبائی/بلندی	$\pi r^2 h$ = حجم
(i)	5 سم		14 سم	
(ii)	6 سم		21 سم	
(iii)	3.5 ڈم		36 ڈم	
(iv)	10.5 میٹر		40 میٹر	
(v)		15 سم	28 سم	
(vi)		21 ڈم	60 ڈم	

.2 ایک زراعتی فارم میں چارہ رکھنے کے لیے ایک بیلن شکل کمرے کے قطر کی لمبائی 16 ڈم اور بلندی 25 ڈم ہے۔ بتائیے اس کمرے میں کتنا چارہ آئے گا۔ $(\pi = 3.14)$

.3 ہمارے سکول کے سائنس روم کے اُوپر پانی کی ایک گول ٹینکی بنے۔ اگر اس کے قطر کی لمبائی 2.1 میٹر اور اونچائی 1.8 میٹر ہو تو اس میں کُل کِتنا پانی آسکتا ہے؟ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

4. 2 کلومیٹر لمبی گول نالی کے قطر کی لمبائی 3.5 سم ہے بتایئے اس میں کتنے مکعب میٹر پانی بھر سکتا ہے۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

5. اگر 7 میٹر گہرے سلنڈر نما گڑھے کے مُنہ کا رداس 2 میٹر ہو تو اسے بھرنے کے لیے کتنے مکعب میٹر مٹی ڈلوانا ہوگی ؟ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

6. 5 سم لمبے قطر کی گول نالی میں سے 10 میٹر فی سیکنڈ کی رفتار سے پانی بہہ رہا ہے ۔ اس میں سے ایک گھنٹے میں کتنا پانی بہے گا ؟ $(\pi = 3.14)$

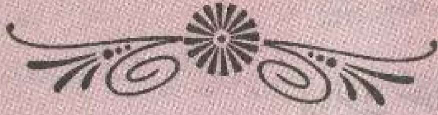
7. پٹرول کی 14 ڈم گہری گول ٹینکی کا رداس 6 ڈم ہے ۔ اس میں کتنے لِٹر پٹرول آسکتا ہے جبکہ ایک مکعب ڈم جگہ میں ایک لِٹر پٹرول آتا ہو ؟ $(\pi = 3.14)$

8. ایک تانگے کے پہیئے کے بیلن شکل دُھرے کی لمبائی 2 میٹر ہے اور رداس 3.6 سم ہے دُھرے کا وزن معلوم کیجیے ؟ جبکہ اس میں لگے ہُوئے ایک مکعب ڈم لوہے کا وزن 1 کلوگرام ہو ۔ $(\pi = 3.14)$

9. ایک ٹیوب ویل کی نالی کا رداس 42 سم ہے ۔ اس کو 100 میٹر گہرا لے جانے کا خرچ بحساب 250 روپے فی مکعب میٹر معلوم کریں ؟ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

10. ایک کنویں کے قطر کی لمبائی 3.5 میٹر اور گہرائی 40 میٹر ہے ۔ اس کی کھدائی پر 150 روپے فی مکعب میٹر کے حساب سے کیا لاگت آئے گی ؟ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

10 گراف



پانچویں جماعت میں ہم نے بار گراف اور خطی گراف کو پڑھنا سیکھا ۔ چھٹی جماعت میں ہم نے بار گراف اور خطی گراف کو پڑھنا اور نتائج اخذ کرنا سیکھا ۔ اس جماعت میں ہم بار گراف ، خطی گراف ، جڑواں پٹیاں اور پائی گراف کو پڑھنا اور نتائج اخذ کرنا سیکھیں گے ۔ گراف کا مقصد دِیے ہُوئے اعداد و شمار کے درمیان باہمی تعلق کو واضح کرنا ہوتا ہے ۔ گراف کو خوبصُورت بنانے کے لیے ہدایات مندرجہ ذیل ہیں :

(i) ایسی سکیل لینی چاہیے جس سے اعداد و شمار کو گراف کی شکل میں آسانی سے ظاہر کیا جاسکے ۔

(ii) ہر محور (افقی یا راسی) کے ساتھ جو چیز دکھانا ہو اُسے ساتھ لِکھا جائے ۔

(iii) گراف کا مناسب عنوان اس کے شروع میں لِکھنا چاہیے ۔



10.1 بار گراف

مثال 1 ایک سکول میں پہلی جماعت میں طلبا کی تعداد 60 ہے ۔ جبکہ دوسری جماعت میں 55' تیسری جماعت میں 50' چوتھی جماعت میں 45 اور پانچویں جماعت میں 40 طلبا پڑھتے ہیں ۔ مختلف جماعتوں میں طلبا کی تعداد کو بذریعہ راسی بار گراف ظاہر کیجیے ۔

حل اگر ایک بڑا خانہ 10 طلبا کی تعداد کو ظاہر کرے تو دی گئی طلبا کی تعداد کا جدول مندرجہ ذیل ہے ۔

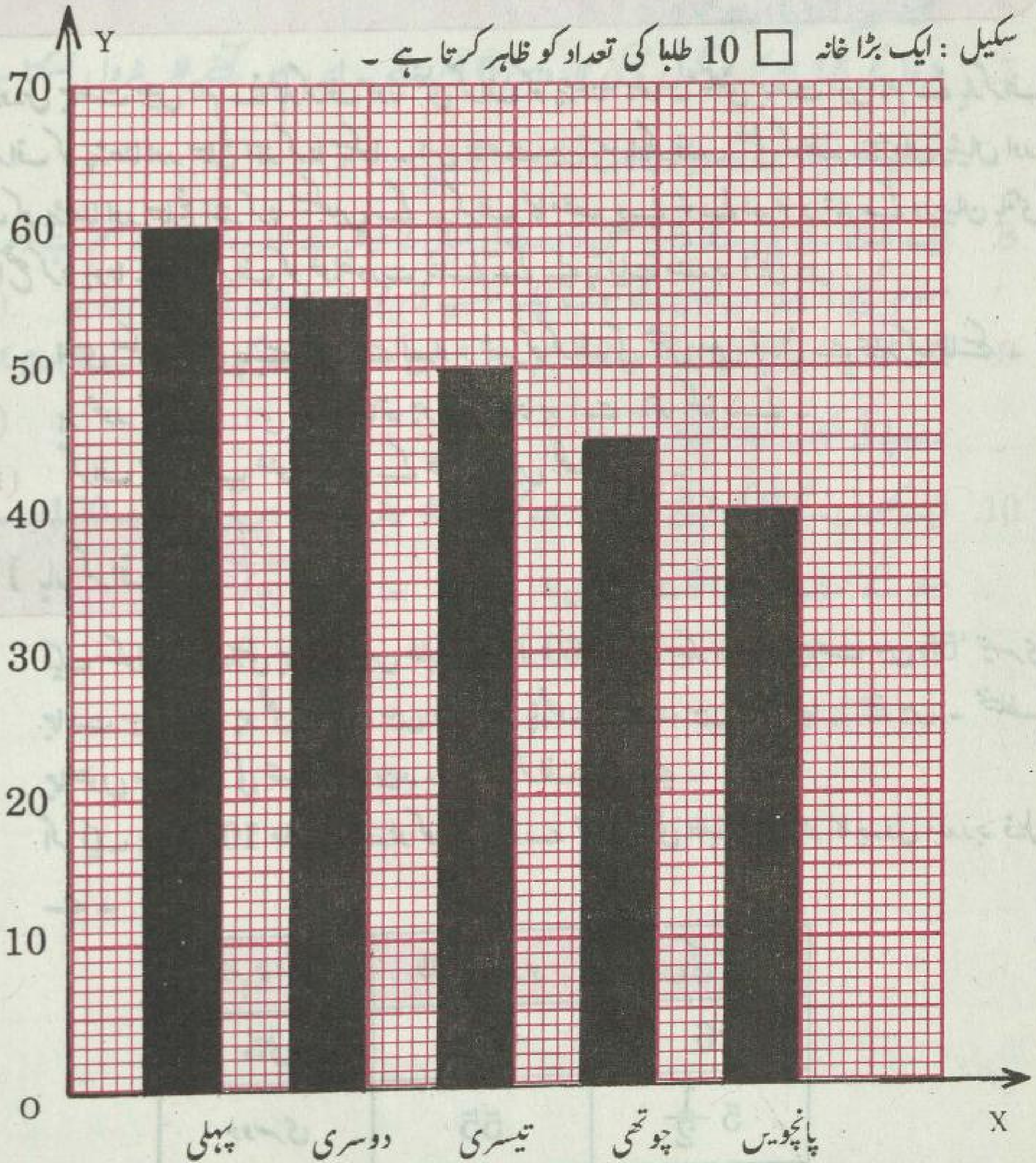
نام جماعت	طلبا کی تعداد	خانوں کی تعداد
پہلی	60	6
دوسری	55	$5\frac{1}{2}$
تیسری	50	5

$4\frac{1}{2}$	45	چوتھی
4	40	پانچویں

اس گراف میں جماعتوں کے نام اُفقی محور '$\overrightarrow{ox}$' پر ظاہر کیے گیے ہیں ۔ جبکہ طلبا کی تعداد راسی محور '$\overrightarrow{oy}$' پر ۔

پرائمری سکول میں طلبا کی تعداد بذریعہ راسی بار گراف

سکیل : ایک بڑا خانہ ☐ 10 طلبا کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے ۔



(i) پہلی جماعت میں طلبا کی تعداد کو ظاہر کرنے والی پٹی کی لمبائی سب سے زیادہ ہے ۔ اس لیے اس

جماعت میں طلبا کی تعداد سب سے زیادہ ہے ۔

(ii) پانچویں جماعت میں طلبا کی تعداد کو ظاہر کرنے والی پٹی کی لمبائی سب سے چھوٹی ہے ۔ اس لیے اس جماعت میں طلبا کی تعداد سب سے کم ہے ۔

مثال 2 مثال 1 میں دی گئی طلبا کی تعداد کو بذریعہ اُفقی بارگراف ظاہر کیجیے ۔

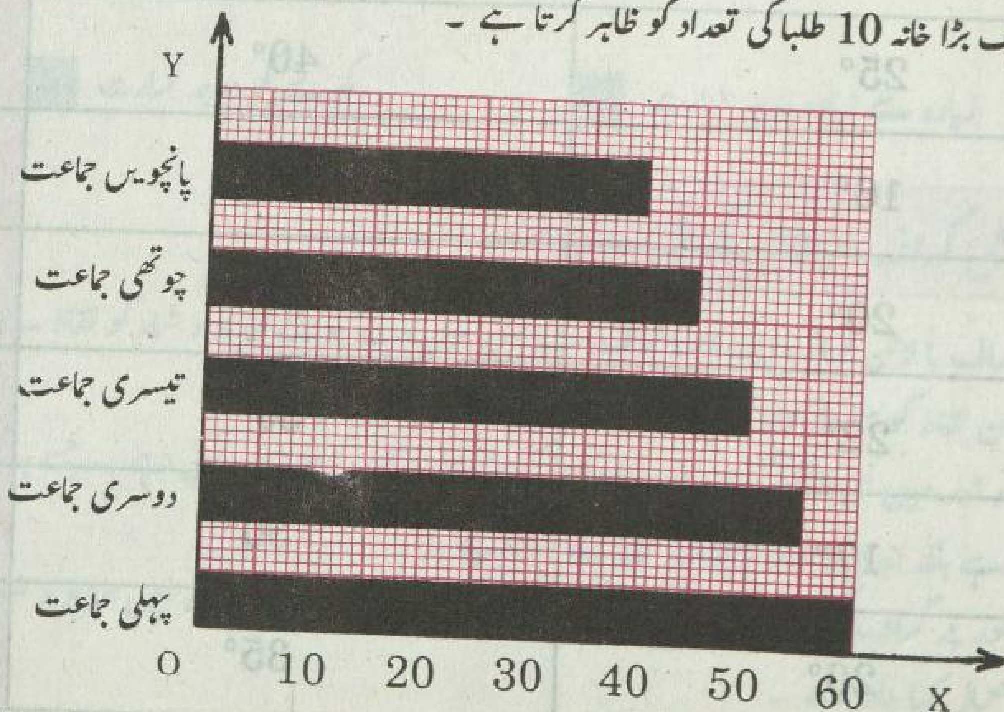
حل اگر ایک بڑا خانہ ☐ 10 طلبا کی تعداد کو ظاہر کرے تو مثال 1 میں دی گئی طلبا کی تعداد کا جدول مندرجہ ذیل ہوگا ۔

نام جماعت	طلبا کی تعداد	خانوں کی تعداد
پہلی	60	6
دوسری	55	$5\frac{1}{2}$
تیسری	50	5
چوتھی	45	$4\frac{1}{2}$
پانچویں	40	4

اس گراف میں طلبا کی تعداد افقی محور $\overrightarrow{OX}$ پر ظاہر کی گئی ہے ۔ اور جماعتوں کے نام راسی محور $\overrightarrow{OY}$ پر ۔

پرائمری سکول کی مختلف جماعتوں میں طلبا کی تعداد کو ظاہر کرنے والا افقی بارگراف

سکیل : ایک بڑا خانہ 10 طلبا کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے ۔



(i) پہلی جماعت میں طلبا کی تعداد کو ظاہر کرنے والی پٹی سب سے لمبی ہے ۔ اس لیے اس جماعت میں طلبا کی تعداد سب سے زیادہ ہے ۔

(ii) پانچویں جماعت میں طلبا کی تعداد کو ظاہر کرنے والی پٹی سب سے چھوٹی ہے ۔ اس لیے اس جماعت میں طلبا کی تعداد سب سے کم ہے ۔

10.2 جُڑواں پٹیاں



بعض اوقات ہمیں دو ایسی مقداروں کا مقابلہ کرنا ہوتا ہے جو ایک دُوسرے کے ساتھ منسلک ہوتی ہیں ۔ ایسی صورت میں ان کو جڑواں پٹیوں سے ظاہر کرتے ہیں ۔ جڑواں پٹیاں بنانے کا اصول بھی وہی ہے جو کہ بارگراف بنانے کے لیے ہے ۔ فرق صرف اتنا ہے کہ ایک کی بجائے دو پٹیاں ساتھ ساتھ بنائی جاتی ہیں ۔ اس کی وضاحت مندرجہ ذیل مثال سے کی جاتی ہے ۔

مثال ایک ہفتہ کے دنوں کے زیادہ سے زیادہ اور کم سے کم درجہ ہائے حرارت کا جدول مندرجہ ذیل ہے ۔ اسے بذریعہ گراف (جڑواں پٹیاں) ظاہر کیجیے ۔

دن	زیادہ سے زیادہ درجہ حرارت (سینٹی گریڈ میں)	کم سے کم درجہ حرارت (سینٹی گریڈ میں)
ہفتہ	38°	26°
اتوار	40°	25°
پیر	34°	16°
منگل	36°	20°
بُدھ	39°	22°
جمعرات	30°	17°
جُمعہ	35°	20°

حل اس گراف میں دنوں کو اُفقی محور $\overrightarrow{OX}$ پر ظاہر کیا گیا ہے اور درجہ حرارت کے کم یا زیادہ ہونے کو راسی محور $\overrightarrow{OY}$ پر ۔

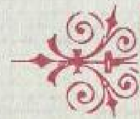
ہفتہ کے مختلف دنوں میں درجہ حرارت میں کمی اور زیادتی کا جڑواں پٹیوں کا گراف ۔
سکیل گراف سے ظاہر ہے ۔

Y
50
40
30
20
10
O

ہفتہ اتوار پیر منگل بدھ جمعرات جمعہ X

کم سے کم درجہ حرارت

زیادہ سے زیادہ درجہ حرارت



10.3 خطی گراف / لائن گراف

خطی گراف یا لائن گراف ایک ایسا گراف ہے جس میں دیے ہوئے اعداد و شمار کو نقاط سے ظاہر کیا جاتا ہے ۔ پھر ان نقاط کو سلسلہ وار قطعاتِ خط سے ملا دیا جاتا ہے ۔

اعداد و شمار میں کمی بیشی گراف میں خطوط کے جھکاؤ اور اُبھار سے ظاہر ہوتی ہے ۔ جسے ہر کوئی نہ صرف پہچان سکتا ہے بلکہ اعداد و شمار کا جائزہ بھی لے سکتا ہے ۔

عام طور پر گراف کسی مُلک ، جگہ یا ایک ہی چیز کے متعلق مختلف اوقات میں اعداد و شمار ظاہر کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے ۔

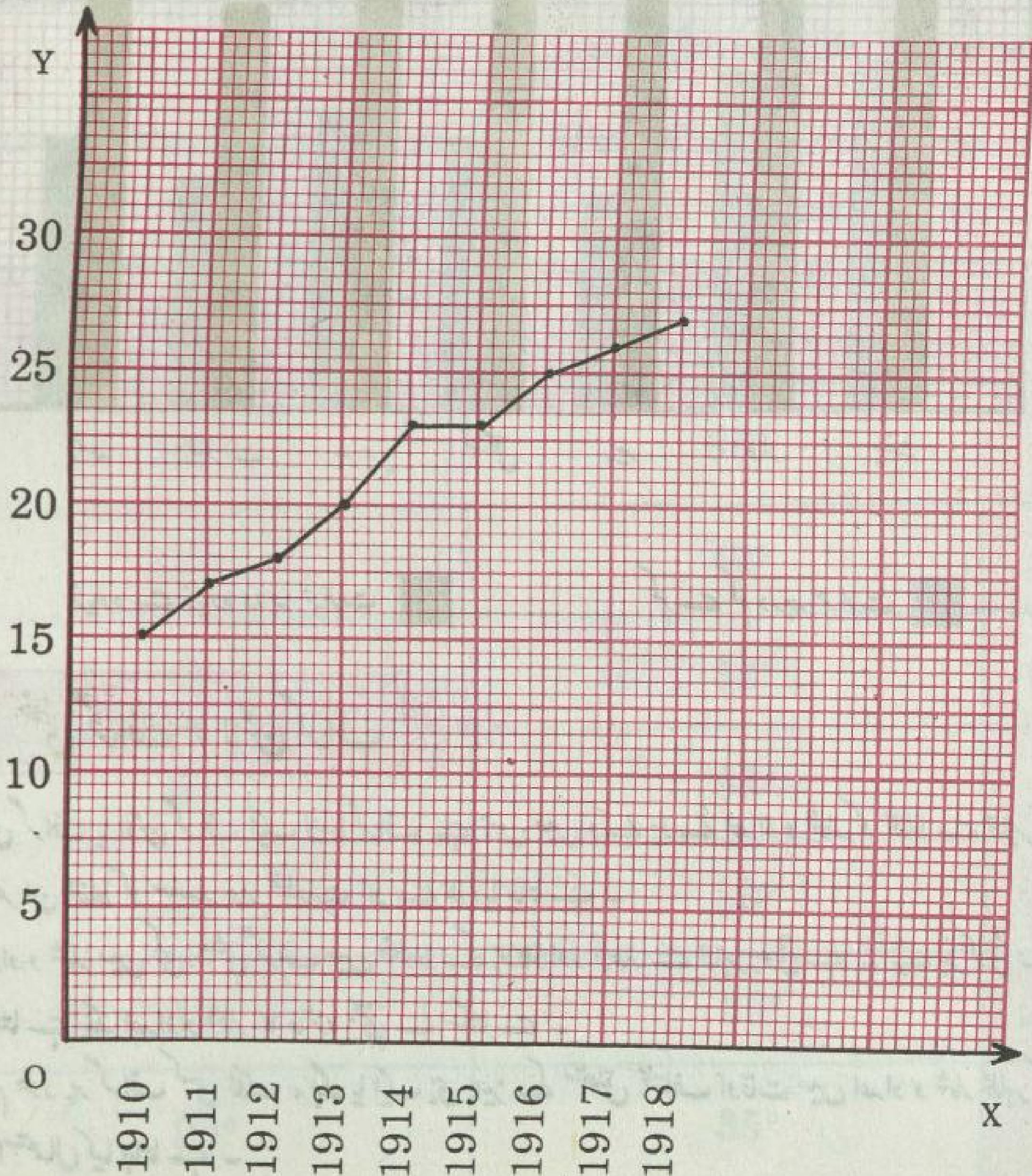
مثال ایک قصبہ کی مختلف سالوں میں آبادی کا جدول مندرجہ ذیل ہے ۔

سال	1910	1911	1912	1913	1914	1915	1916	1917	1918
آبادی ہزاروں میں	15	17	18	20	23	23	25	26	27

دی گئی آبادی کو بذریعہ خطی گراف ظاہر کیجیے ۔

حل اس گراف میں سالوں کو اُفقی محور $\overrightarrow{ox}$ پر ظاہر کیا گیا ہے ۔ جبکہ آبادی کو راسی محور $\overrightarrow{oy}$ پر ۔ سکیل گراف سے ظاہر ہے ۔

قصبہ کی مختلف سالوں میں آبادی



دونوں محوروں پر سکیل منتخب کرنے کے بعد سال 1910 ء اور آبادی 15 ہزار کو ظاہر کرنے والے نقاط کو لیا گیا پھر ان نقاط میں سے گزرنے والے خطوط نے جہاں ایک دوسرے کو قطع کیا اُسے نشان 'O' سے ظاہر کیا ۔ اسی طرح باقی ماندہ سالوں اور آبادی کے لیے نشانات لگائے ۔ ان تمام نشانات سے ترتیب وار خط کھینچے جن سے پچھلے صفحہ پر دیا گیا گراف حاصل ہُوا ۔

مشق 10.1

1. پنجاب کے پانچ مختلف شہروں میں قائم کیے گئے کارخانوں کے اعداد و شمار کا جدول مندرجہ ذیل ہے اِسے بذریعہ راسی بارگراف ظاہر کیجیے ۔

شہر کا نام	بہاولنگر	جھنگ	اوکاڑہ	قصور	جہلم
کارخانوں کی تعداد	41	45	69	28	26

2. سوال 1 میں دیے گئے جدول کو بذریعہ افقی بارگراف ظاہر کیجیے ۔

3. ایک شہر میں مختلف اوقات میں درجہ حرارت کا جدول مندرجہ ذیل ہے اسے بذریعہ راسی بارگراف ظاہر کیجیے ۔

وقت	8 بجے صبح	10 بجے صبح	12 بجے دوپہر	1 بجے بعد دوپہر	3 بجے بعد دوپہر	4 بجے بعد دوپہر	5 بجے شام
درجہ حرارت	25°C	26°C	29°C	27°C	23°C	22°C	21°C

4. چند ممالک کی شرح پیدائش و اموات میں نسبت کو مندرجہ ذیل جدول سے دکھایا گیا ہے اس کی مدد سے جڑواں پٹیوں کا گراف بنایے ۔

ملک	شرح پیدائش	شرح اموات
بھارت	33	24
جاپان	32	19
جرمنی	16	10

آسٹریلیا	20	9
نیوزی لینڈ	18	8
فرانس	21	16

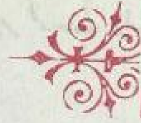
5. پاکستان کی چند سالوں کی درآمد و برآمد کو مندرجہ ذیل جدول میں دکھایا گیا ہے ۔ اس درآمد و برآمد کا بارگراف (جڑواں پٹیاں) بنائیے ۔

سال	درآمد (لاکھ روپوں میں)	برآمد (لاکھ روپوں میں)
1956-57	2400	1500
1957-58	2000	1500
1958-59	1500	1400
1959-60	2500	1900

6. سوال 3 میں دیے گئے اعداد و شمار کو بذریعہ خطی گراف ظاہر کیجیے ۔

7. رُوئی کی برآمد کا جدول مندرجہ ذیل ہے ۔ اسے بذریعہ لائن گراف ظاہر کیجیے ۔

سال	گانٹھیں (لاکھوں میں)
1971	3
1972	3.6
1973	4.2
1974	5.1
1975	6.7



10.4 پائی گراف

اس گراف میں اعدادوشمار کو ایک دائرہ کے مختلف قطعات سے ظاہر کیا جاتا ہے ۔ پائی گراف بناتے وقت ہم اس بات کو ذہن میں رکھتے ہیں کہ دائرے کے تمام قطعات کے زاویوں کا مجموعہ °360 ہوتا ہے ۔ اعدادوشمار کے مجموعہ کو پائی گراف سے ظاہر کرنے کے لیے ہم ایک مناسب رداس کا دائرہ کھینچتے ہیں ۔ اس دائرہ کو قطعات میں اس طرح تقسیم کیا جاتا ہے کہ مختلف اعداد و شمار واضح طور پر سامنے آجائیں اور ان کا آپس میں تعلق بھی قائم رہے ۔

پائی گراف بنانے کے طریقہ کی وضاحت مندرجہ ذیل مثال سے کی جاتی ہے ۔

مثال ایک سکول کے بچّوں کی طرف سے سیلاب زدگان کی امداد کے لیے جو چندہ دیا گیا اس کے اعداد و شمار کا جدوَل مندرجہ ذیل ہے ۔ ان اعدادوشمار کو بذریعہ پائی گراف ظاہر کیجیے ۔

نام جماعت	پہلی	دوسری	تیسری	چوتھی	پانچویں
چندہ روپوں میں	300	180	120	90	210

حل سکول کے بچّوں کی طرف سے دیا گیا کُل چندہ :

$$300 + 180 + 120 + 90 + 210 = 900$$

$$= 900 \text{ روپے}$$

کل چندہ کو ظاہر کرنے کے لیے ایک مناسب رداس کا دائرہ کھینچتے ہیں ۔ اِس دائرہ کو مختلف سیکٹروں میں اس طرح تقسیم کیا جاتا ہے کہ ہر جماعت کا دیا ہوا چندہ واضح طور پر سامنے آ جائے اور ان کا آپس میں تناسب بھی قائم رہے سیکٹروں کو بنانے کے لیے دائرہ کے مرکز پر مختلف زاویے بنائے جائیں گے ۔

اس مثال میں جو سیکٹر پہلی جماعت کے بچّوں کی طرف سے دیے گئے چندہ کو ظاہر کرے گا وہ دائرہ کے مرکز پر

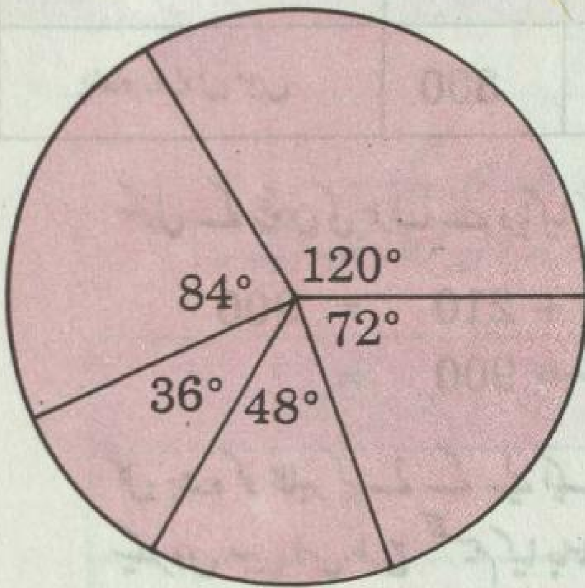
$$\frac{300}{900} \times 360^\circ$$

یعنی °120 کا زاویہ بنائے گا ۔

دوسری جماعتوں کے بچّوں کی طرف سے دیے گئے چندہ کو ظاہر کرنے والے سیکٹروں کے زاویے اسی طرح معلوم کرکے مندرجہ ذیل دیے گئے ہیں ۔

نام جماعت	چندہ روپوں میں	مرکزی زاویہ درجوں میں
پہلی	300	120°
دوسری	180	72°
تیسری	120	48°
چوتھی	90	36°
پانچویں	210	84°

پائی گراف کے لیے کسی رداس کا زاویہ کھینچا ۔ پہلے اس دائرہ کے مرکز پر 120° کا زاویہ بنایا ۔ پھر بالترتیب 72°، 48°، 36° اور 84° کے زاویے اس کے مرکز پر بنائے ۔



120° والے زاویے کا سیکٹر پہلی جماعت کے بچّوں کی طرف سے دیے گئے چندہ کو ظاہر کرتا ہے ۔ جبکہ 72°، 48°، 36° اور 84° والے سیکٹر بالترتیب دوسری ، تیسری ، چوتھی اور پانچویں جماعت کے بچّوں کی طرف سے دیے گئے چندہ کو ظاہر کرتے ہیں ۔

مشق 10.2

1. مندرجہ ذیل جدول میں مختلف ممالک کی گندم کی پیداوار کو دکھایا گیا ہے ۔ اسے بذریعہ پائی گراف ظاہر کیجیے ۔

نام ملک	پیداوار (کوئنٹل میں)
روس	256
امریکہ	230
کینیڈا	108
پاکستان	55
بھارت	50
برطانیہ	12
مصر	11

2. مندرجہ ذیل جدول میں مختلف محکموں میں ملازمین کی تعداد کو دکھایا گیا ہے ۔ اسے بذریعہ پائی گراف ظاہر کیجیے ۔

نام محکمہ	ملازمین کی تعداد (ہزاروں میں)
ریلوے	96
ٹیلی فون	50
تعلیم	32
زراعت	22
صحّت	40

جوابات

مشق 1.1

1. (i) درست (ii) درست (iii) غلط (iv) درست
(v) غلط (vi) درست (vii) غلط

2. (i) درست (ii) درست (iii) درست (iv) غلط
(v) درست (vi) درست (vii) غلط ۔ کیوں کہ 4 رُکن ہے B کا مگر A کا رکن نہیں ہے ۔ دونوں باتیں بیک وقت درست نہیں ہیں ۔
(viii) درست (ix) غلط

3. (i) سیٹ نہیں کہہ سکتے کیونکہ ارکان c اور e دو مرتبہ آئے ہیں جبکہ سیٹ کے ارکان کی تکرار نہیں ہونا چاہیے ۔
(ii) سیٹ ہے ۔
(iii) سیٹ نہیں ہے "اچھے کھلاڑی" کے مفہوم میں اختلاف ہوسکتا ہے ۔
(iv) سیٹ ہے ۔ کیونکہ ارکان واضح ہیں جو بھی کرکٹ کھیلتا ہوگا وہ اس سیٹ کا رُکن ہوگا ۔
(v) سیٹ نہیں کہہ سکتے کیونکہ ارکان کی تکرار موجود ہے ۔
(vi) سیٹ نہیں کہہ سکتے کیونکہ "خوبصورتی" کے مفہوم میں اختلاف ہوسکتا ہے ۔

4. (i) ہاں (ii) ہاں (iii) ہاں

5. (i) $\notin$ (ii) $\notin$ (iii) $\in$ (iv) $\in$ (v) $\notin$

مشق 1.2

1. متناہی سیٹ　2. متناہی سیٹ　3. غیر متناہی سیٹ

4. متناہی سیٹ　5. غیر متناہی سیٹ　6. غیر متناہی سیٹ

7. A = پہلے پانچ مثبت طاق اعداد کا سیٹ
8. B = پہلے پانچ قدرتی اعداد کے مربعوں کا سیٹ
9. C = 16 کے عادوں کا سیٹ یا 16 کے اجزائے ضربی کا سیٹ
10. D = 10 کے پہلے چار اضعاف کا سیٹ
11. E = انگریزی کے پہلے چھ حروف تہجی کا سیٹ
12. F = انگریزی میں حروف علّت کا سیٹ
13. G = پہلے پانچ مفرد اعداد کا سیٹ
14. H = 5 کے اضعاف کا سیٹ
15. J = مرکب اعداد کا سیٹ
16. K = "14 –" سے چھوٹے صحیح اعداد کا سیٹ
17. L = 30 کے عادوں کا سیٹ یا 30 کے اجزائے ضربی کا سیٹ

18. {-12, -10, -8, -6, -4, -2}
19. {-7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2}
20. {5, 10, 15, 20, 25, ...}
21. {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}
22. { ..., -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, ... }
23. {7, 14, 21, 28, 35}
24. {n, o, p, q}

مشق 1.3

1. غیر مترادف　2. مترادف　3. غیر مترادف　4. غیر مترادف

5. مترادف　6. غیر مترادف　7. مترادف　8. مترادف

9. مترادف

مشق 1.4

1. $A \cap B = \{4, 6\}$, $A \cup B = \{3, 4, 6, 8, 10\}$
2. $C \cap D = \{2, 4\}$, $C \cup D = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8,\}$
3. $E \cap F = \{\ \}$, $E \cup F = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$
4. $G \cap H = \{\ \}$, $G \cup H = \{13, 18, 23, 28, 33, 43, 48, 53, 55, 44\}$
5. $J \cap K = \{\ \}$, $J \cup K$ = {ب ، ج ، د ، ک}
6. $M \cap N = \{30, 60, 90, 120\}$, $M \cup N = \{30, 60, 90, 120\}$
7. $A \cap B = \{19, 29, 37\}$, $A \cup B = \{17, 19, 23, 29, 31, 37\}$
8. $A \cap B = \{6, 12, ,18, 24\}$
   $A \cup B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21\ 24, 30, 36\}$
9. $C \cap D = \{\ \}$, $C \cup D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots 20\}$
10. $A \cap B = B$, $A \cup B = A$
11. (i) $A \cap B = \phi$
    (ii) $A \cup B = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,23,29\}$
    (iii) $B \cap C = \{4, 8, 12, 16\} = C$,
    (iv) $B \cup C = B$,
    (v) $A \cap C = \{\ \}$
    (vi) $A \cup C = \{2,3,4,5,7,8,11,12,13,16,17,19,23,29\}$
12. (i) خالی سیٹ (ii) خالی سیٹ (iii) خالی سیٹ
    (iv) خالی سیٹ نہیں ہے ۔ (v) خالی سیٹ نہیں ہے ۔

مشق 1.5

1. $A-B = \{7\}$, $B-A = \{\ \}$ $A-B \neq B-A$
2. $A-B = \{4, 8, 16\}$, $B-A = \{3, 6, 9, 18\}$, $A-B \neq B-A$.
3. $A-B = \{13, 16, 19\}$, $B-A = \{5, 15, 20\}$, $A-B \neq B-A$

4. $A-B = U, B-A = \phi, A-B \neq B-A.$

5. $A-B = \{40,48,56\}, B-A = \{4,12,20,28\}, A-B \neq B-A$

6. $A-B = \{1, 3, 5\}, B-A = \{2, 4, 6\}, A-B \neq B-A$

7. $A-B = A, B-A = B, A-B \neq B-A.$

8. $A-B = \{4, 9, 16, 25, 36\},$
$B-A = \{8, 27, 64, 125\}. A-B \neq B-A$

9. $A' = \{1, 3, 5, 7, 9\}.$

10. $A' = \{2, 6, 10, 14, 18\}$

11. $A' = \{1, 3, 5, 7, \ldots 29, 31, 32, 33, \ldots, 50\}$

12. $A' = \{0\},$

14. (i) $U' = \phi$ (ii) $A' = U.$

مشق 2.1

1. $\frac{1}{8}$ 2. 0.5 3. $6\frac{2}{7}$ 4. 3 5. $6\frac{3}{4}$

6. 11 7. $13\frac{1}{2}$ 8. $\frac{2}{3}$ 9. 1.3 10. 1.7

11. 3 12. 10.6 13. 4.83 14. 1.008 15. 6

16. 2.69 17. 5.76 18. 2.69 19. $\frac{213}{280}$ 20. $1\frac{1}{9}$

مشق 2.2

1. 1 میٹر 20 سینٹی میٹر 2. 18 میٹر 3. $\frac{3}{\cdot 10}$ 4. $\frac{3}{10}$ 5. 22400 روپے

6. 450 روپے 7. 56 صفحات 8. دونوں لڑکوں کا حصہ = 6000 روپے

باقی رقم = 24000 روپے

مشق 3.1

1. 6	2. 8	3. 9
4. 12	5. 15	6. 14
7. 16	8. 20	9 21
10. 22	11. 24	12. 25
13. 27	14. 28	15. 32
16. 30	17. 35	18. 36
19. 40	20. 44	21. 48
22. 55	23. 64	24. 66

مشق 3.2

1. $\frac{4}{5}$	2. $\frac{6}{7}$	3. $\frac{7}{9}$
4. $\frac{15}{16}$	5. $\frac{5}{6}$	6. $\frac{3}{7}$
7. $\frac{2}{5}$	8. $\frac{18}{25}$	9. $2\frac{1}{4}$
10. $3\frac{1}{2}$	11. $4\frac{1}{3}$	12. $2\frac{1}{7}$
13. $8\frac{2}{5}$	14. $3\frac{4}{7}$	15. $5\frac{5}{6}$
16. 2.5	17. 5.5	18. 4.5
19. 2.7	20. 3.6	

مشق 3.3

1. 210 میٹر
2. 88 کلومیٹر
3. 44 طلبا
4. 28 طالب علم
5. 77 جوان
6. 720 میٹر
7. 20 میٹر
8. 210 روپے

مشق 4.1

1. 2 : 3
2. 11 : 13
3. 6 : 7
4. 12 : 11
5. 720 اینٹیں
6. 162.50 روپے
7. 13 سم
8. 52%
9. 19200 روپے
10. 306 کلوگرام

مشق 4.2

1. 2 : 5 : 3
2. 3 : 7 : 2
3. 2 : 4 :5
4. 2 : 3 : 5
5. 9 : 6 : 8
6. 4 : 6 : 5
7. 15 :6 : 10
8. 15 : 9 : 20
9. 18 : 20 : 15
10. 21 : 6 : 8
11. 15 : 20 : 21
12. 2 : 6 : 15
13. 15 : 20 : 8
14. 4 : 6: 3

مشق 4.3

1. اشرف کا حصہ 180 روپے , نذیر کا حصہ 240 روپے , مجید کا حصہ 400 روپے
2. اکرم کا حصہ 1848 روپے , طلعت کا حصہ 2310 روپے , رشید کا حصہ 4235 روپے
3. z = 300 روپے , y = 225 روپے , x = 90 روپے
4. پنکھا 2000 روپے , میز 1200 روپے , پلنگ 1500 روپے
5. احمد 66 روپے , رحمت 231 روپے , برکت 308 روپے
6. چاندنی 240 روپے , شبنم 300 روپے , روبینہ 390 روپے

7. شورہ 4 کلوگرام ، کوئلہ 20 کلوگرام ، گندھک 30 کلوگرام

8. ابراہیم 600 روپے ، صدیق 480 روپے ، مجید 640 روپے

9. زاویہ A = 40° ، زاویہ B = 60° ، زاویہ C = 80°

10. طاہرہ 288 روپے ، خدیجہ 192 روپے ، زبیدہ 144 روپے

مشق 5.1

1. (ii) 30%, $\frac{30}{100}$ (iii) $\frac{25}{100}$, 25 سوویں

(iv) 3%, 3 سوویں (v) $\frac{9}{100}$, 9 سوویں

(vi) 15%, $\frac{15}{100}$ (vii) 48%, 48 سوویں

(viii) $\frac{90}{100}$, 90 سوویں (ix) 1%, 1 سوویں

(x) $\frac{100}{100}$, 100 سوویں

2. 85% 3. 53% 4. 1% , 5% , 20% , 70% , 95%

مشق 5.2

1. (i) .99 (ii) 3.25 (iii) .125
(iv) .775 (v) .035 (vi) .125
(vii) .395 (viii) .085 (ix) 1.125
(x) .015

2. (i) 2.5% (ii) 8.5% (iii) 10.5%

(iv) 37.5% (v) 40% (vi) 90%

(vii) 0.3% (viii) 8.8% (ix) 325%

(x) 3370%

3. (i) $\frac{1}{40}$ (ii) $\frac{27}{400}$ (iii) $\frac{1}{8}$

(iv) $\frac{1}{30}$ (v) $\frac{1}{6}$ (vi) $\frac{1}{3}$

(vii) $\frac{2}{3}$ (viii) $\frac{28}{125}$ (vi) $\frac{81}{250}$

(x) $\frac{201}{250}$

4. (i) 25% (ii) 20% (iii) 35%

(iv) 65% (v) 32% (vi) $62\frac{1}{2}$

(vii) $37\frac{1}{2}\%$ (viii) $56\frac{1}{4}\%$ (ix) $46\frac{2}{3}\%$

(x) $366\frac{2}{3}\%$

5. (i) 50% (ii) 25% (iii) 50%

(iv) $33\frac{1}{3}\%$ (v) $12\frac{1}{2}\%$ (vi) 75 %

(vii) 100% (viii) 40%

6. 25%

مشق 5.3

1. (i) □= 3 (ii) □ = 25 (iii) □ = 28 (iv) □ = 50

2. (i) 425 کا 60% بڑی ہے 324 کا 75% سے 12,

(ii) 360 کا 35% بڑی ہے 400 کا 28% سے 14,

(iii) 900 کا 55% برابر ہے 1650 کا 30% کے

3. (i) □=500 (ii) □ = 250 (iii) □ = 400 (iv) □ = 1125

4. 299 انڈے 5. 14840 6. 40 تجربے

7. 180 انڈے 8. 30 روپے , 1170 روپے 9. 1067 لڑکے

10. 220 صفحے 11. $13\frac{1}{3}\%$ 12. 75%

13. 10% 14. 24% 15. 29625 روپے

16. 98% , 2% 17. 64% , 36% 18. 65%

مشق 5.4

1. 12000 روپے

2. اقبال کا نفع = 360 روپے , اکرم کا نفع = 540 روپے

3. نذیر کا نفع = 1050 روپے , طلعت کا نفع = 1050

4. اعجاز کا نفع = 2000 روپے , عبدالرحمٰن کا نفع = 3000 روپے

5. اصغر کا نفع = 400 روپے , شریف کا نفع = 500 روپے

6. ظفر کا نفع = 900 روپے , انور کا نفع = 1200 روپے

7. حمید کا نقصان = 1800 روپے , مجید کا نقصان = 400 روپے

8. یونس کے لیے کرایہ = 255 روپے , پرویز کے لیے کرایہ = 340 روپے

مشق 5.5

1. 70 روپے　2. 28.50 روپے　3. 123 روپے

4. 58.19 روپے　5. 9.20 روپے　6. 54740 روپے

7. روپے 240=کمیشن ، روپے 11880=شفیع کا حصہ ، روپے 12120=رفیع کی رقم

8. 7400 روپے

مشق 5.6

1 25 % نفع　2. 20% نفع　3. 25% نفع

4 20 % نفع　5. 12 % نقصان　6. 20% نفع

7. $6\frac{2}{3}$ % نقصان　8. 40% نفع　9. 25 % نفع

10. $8\frac{1}{3}$ % نقصان

مشق 5.7

1. 1080 روپے　2. 135 روپے　3. 3750 روپے

4. 10 روپے فی کلوگرام　5. 126 روپے　6. 93 روپے

7. 17.25 روپے فی قلم　8. 640.50 روپے　9. 0.70روپے فی کلوگرام

مشق 5.8

1. 72 روپے　2. 2300 روپے　3. 500 روپے

4. 10روپے فی لٹر　5. 1080 روپے　6. ایک روپیہ فی کیلا

7. 600 روپے

مشق 5.9

1. 125 روپے
2. 2205.50 روپے
3. 195.95 روپے
4. 1076.25 روپے
5. 1733.50 روپے
6. 4622.50 روپے تقریباً
7. 160000 روپے
8. 20000 روپے
9. 7400 روپے
10. 280000

مشق 6.1

1. 6
2. 25
3. -8
4. 15
5. -32
6. 9
7. -1
8. 3,5,-6
9. $\frac{-5}{3}$, 15, -5
10. 15, 5
11. 3, $\frac{5}{8}$
12. -a, b
13. 5, 2, -7
14. $(3y^2, -2y^2), (-7y, 7y)$
15. $(4b^2, -7b^2), (3b, 5b)$
16. $(2y^2, -2y^2)$
17. $(4v, -7v)$

مشق 6.2

1. $19a + 9b$
2. $7a + 10b$
3. $10a + 7b$
4. $10b^2 + 10c^2$
5. $3a + 4b + 2c$
6. $20a + 8b + 6c$
7. $5b^2 + 8c^2$
8. $7ab + 11bc + 4cd$
9. $27a^2 + 23b^2 + 10ab$
10. $13a + 6b + 7c + 3d$
11. $13a + 11b$
12. $3a + 7b + 9c + 11d$

مشق 6.3

1. $9a + 12b + 15c$
2. $19a + 18b + 17c$
3. $15a + 11b + 10c$
4. $18d + 13e + 17f$
5. $18.9a + 11.5b + 14.4c$
6. $16.4a + 13.5b + 10.5c$

7. $21a + 27b + 33c$
8. $19a + 22b + 25c$
9. $25a + 13c + 18e$
10. $16b + 20c + 22d$
11. $11a^2 + 13b^2 + 11c^2$
12. $16b^2 + 30bc + 13c^2$

مشق 6.4

1. $4a + 4b + 7c$
2. $4a + 8b + 6c$
3. $5a + 3b + 4c$
4. $6b + 10c + 8d$
5. $6b + 3c + 2d$
6. $5c + 6d + 8e$
7. $5c + 2d$
8. $4a + 5b + 7c$
9. $6a^2 + 5b^2 + 4c^2$
10. $2a^2 + 4b^2 + c^2$
11. $7c^2 + 5d^2 + 3e^2$
12. $20ab + 6bc + 4cd$

مشق 6.5

1. $60a^2$
2. $120b^2$
3. $54cd$
4. $26a^{10}$
5. $16b^{16}$
6. $50d^9$
7. $24c^7d^2$
8. $52e^8$
9. $120b^3c^4$
10. $36a^3b^3$
11. $33c^3d^4e^5$
12. $8a^3b^2c$

مشق 6.6

1. $32a + 16b$
2. $36b + 60c$
3. $8a^2 + 20ab + 8b^2$
4. $56a + 64b + 72c$
5. $66c + 90d + 120e$
6. $24c^2 + 52cd + 48ce + 24d^2 + 32de$
7. $10b^4 + 18b^2c^4 + 26b^2d^6 + 30b^2d^4 + 54c^4d^4 + 78d^{10}$
8. $12a^6 + 24a^4b^2 + 36a^4c^8 + 8a^2b^3 + 16b^5 + 24b^3c^8$
9. $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$
10. $a^4 + 2a^3b + 2a^2b^2 + 2ab^3 + b^4$
11. $9bc + 13bd + 17be + 9ck + 13dk + 17ek$

12. $ad + bd + cd + ae + be + ce + af + bf + cf$
13. $a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3$

مشق 6.7

1. a
2. a^3
3. b^5
4. c^9
5. d^9
6. a^8
7. b^2c^5
8. b^2c^4
9. c^7d^4
10. $4a^6$
11. $5b^8$
12. $7c^5$
13. $8b^3c^7$
14. $6c^4d$

مشق 6.8

1. $2a^2 + 3a^6$
2. $2a^2 + 4a^8$
3. $2ab + 3a^4b^4$
4. $ab + 2a^3b^3 + 3a^5b^5$
5. $3a^6 + 2a^2 + 1$
6. $2b^4c^2 + 4b^5c^5 + 5b^3c$
7. $5 + 7c^2d^2 + 9c^5d^3$
8. $5de^3 + 7d^2e^4 + 11d^3e^5$

مشق 6.9

1. $2a + 3b$
2. $5c + 7d$
3. $4b + 2c$
4. $4a^2b + 3ab^2$
5. $5b^3c^2 + 7b^2c^3$
6. $15c^4d^3 + 9c^3d^4$
7. $a^2 + 2ab + b^2$
8. $c^2 + cd + d^2$
9. $c^2 + cd + d^2$
10. $2b^4c^2 + 3b^3c^3 + 4b^2c^4$

مشق 7.1

1. (i) $x + 3 = 8$ (ii) $x - 5 = 13$
(iv) $y + 5 = 11$ (vii) $2x + 3 = 15$
(viii) $3y + 2 = 17$ (x) $8x + 7 = 2 + x$

2. (i) ایک = درجہ , ایک = متغیر

(ii) ایک = درجہ , ایک = متغیر

(iii) دو = درجہ , ایک = متغیر

(iv) ایک = درجہ , دو = متغیر

(v) دو = درجہ , دو = متغیر

(vi) دو = درجہ , ایک = متغیر

(vii) ایک = درجہ , ایک = متغیر

(viii) ایک = درجہ , ایک = متغیر

3. طلباخود حل کریں ۔

مشق 7.2

1. {6}	2. {8}	3. {10}
4. {9}	5. {5}	6. {6}
7. {13}	8. {8}	9. {6}
10. {3}	11. {7}	12. {4}
13. {3}	14. {3}	15. {6}
16. {3}	17. {2}	18. {3}
19. {9}	20. {11}	21. {1}
22. {2}	23. {6}	24. {2}
25. {9}	26. {5}	27. {4}
28. $\left\{\frac{1}{3}\right\}$	29. $\left\{\frac{24}{5}\right\}$	30. {22}

مشق 9.1

1. 1744 مربع میٹر

2. 1470 روپے

3. 456 مربع سم

4. 300 پیڑ

5. 57360 روپے

6. 1500 مربع میٹر

7. 22400 روپے

8. 2.4 میٹر

9. 5 میٹر

10. 16000 روپے

11. 140 مربع میٹر

12. 9562.50 روپے

13. 75 سم

14. 100 چٹائیاں

مشق 9.2

1. (v) 28 ڈم , 176 ڈم

(vi) 18.2 میٹر , 57.2 میٹر

(vii) 12.5 سم , 78.5 سم

(viii) 30 میٹر , 94.2 میٹر

(ix) 115.5 میٹر , 57.75 میٹر

(x) 35 میٹر , 17.5 میٹر

2. 11 میٹر

3. 484 سم

4. 26.4 سم

5. 0.35 میٹر

6. 0.42 میٹر

7. 7.35 میٹر

8. 70 میٹر

9. 2970 روپے

10. 4.4 میٹر

11. 7638.4 ڈیسی میٹر

12. 250 چکر

13. 59 کلومیٹر 400 میٹر

14. 3500 میٹر

مشق 9.3

1. (v) 4.2 سم , 13.86 مربع سم

(vi) 3.15 مم , 31.185 مربع مم

(vii) 22.5 ڈم , 1589.625 مربع ڈم

(viii) 50 سم , 1962.5 مربع سم

(ix) 28 سم , 56 سم
(x) 14 میٹر , 28 میٹر
(xi) 3 مم , 6 مم
(xii) 2 ڈم , 4 ڈم

2. 38.5 مربع میٹر
3. 31.185 مربع میٹر
4. 16328 روپے
5. 311.85 روپے
6. 15700 روپے
7. 9.625 مربع کلومیٹر
8. 176 کلوگرام
9. 45216 روپے
10. 4.95 کلوگرام
11. 3.5 سم
12. .875 ڈیسی میٹر
13. 40 میٹر
14. 1962.5 مربع سم
15. 88 میٹر
16. 14 میٹر
17. 19.5 میٹر
18. 2002 مربع سم

مشق 9.4

1. 32768 مکعب سم
2. 80 پھیرے
3. 74088 مکعب سم
4. 450 مشکیں
5. 15000 مکعب سم 2056 مکعب سم
6. 120 ٹکڑے
7. 127 کلوگرام 280 گرام
8. 40000 اینٹیں
9. 1242.75 روپے
10. 32 منٹ
11. 4232.40 روپے
12. 15360 روپے

مشق 9.5

1. (i) 14 سم , 528 مربع سم , 836 مربع سم
(ii) 5.25 سم , 528 مربع سم , 701.25 مربع سم

(iii) 30 ڈم , 1320 مربع ڈم , 2734.3 مربع ڈم

(iv) 6 میٹر , 792 مربع میٹر , 1018.3 مربع میٹر تقریباً

2. 440 مربع سم 3. 264 مربع سم 4. 82.56 روپے 5. 55 روپے

6. 6600 روپے 7. 2260.80 روپے 8. 1821.60 روپے

مشق 9.6

1. (i) 10 سم , 1100 مکعب سم (ii) 12 سم , 2376 مکعب سم

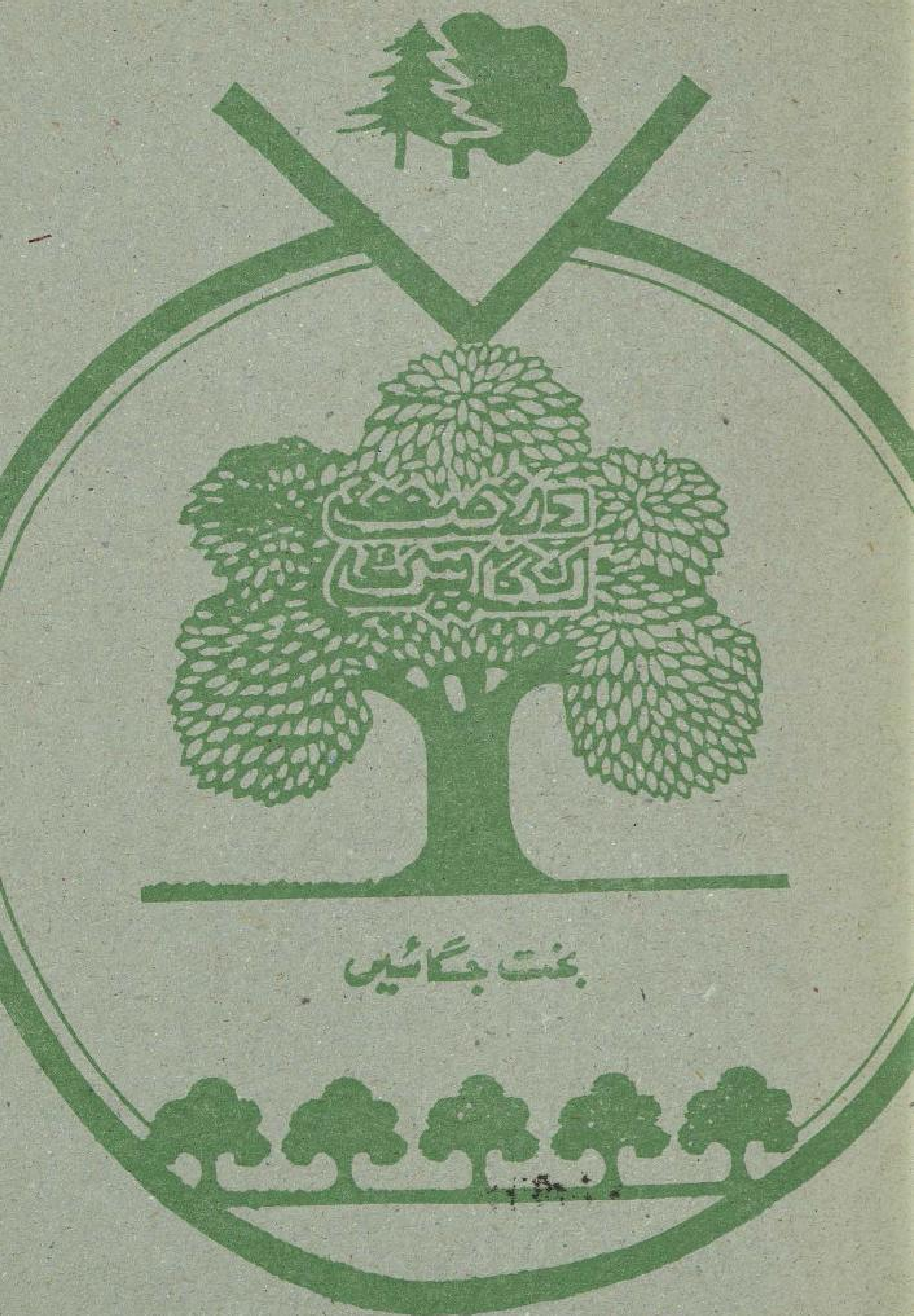
(iii) 7 ڈم , 1386 مکعب ڈم (iv) 21 میٹر, 13860 مکعب میٹر

(v) 7.5 سم , 4950 مکعب سم (vi) 10.5 ڈم , 20790 مکعب ڈم

2. 5024 مکعب ڈم 3. 6.237 مکعب میٹر 4. 1.925 مکعب میٹر

5. 88 مکعب میٹر 6. 70.65 مکعب میٹر 7. 1584 بٹر

8 8.14 کلوگرام 9. 13860 روپے 10. 57750 روپے


درخت لگائیں
بخت جگائیں

اس کتاب کا مسودہ پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ کا تیار کردہ ہے۔ ترامیم اور اضافے پرائمری ایجوکیشن کریکولم ریفارم پراجیکٹ نے کیے ہیں۔ منظوری وفاقی وزارت تعلیم حکومت پاکستان (کریکولم ونگ) نے دی ہے۔

قومی ترانہ

پاک سرزمین شاد باد   کشورِ حسین شاد باد
تُو نشانِ عزمِ عالی شان   ارضِ پاکستان
مرکزِ یقین شاد باد

پاک سرزمین کا نظام   قوّتِ اُخوّتِ عوام
قوم، مُلک، سلطنت   پائندہ تابندہ باد
شاد باد منزلِ مُراد

پرچمِ ستارہ و ہلال   رہبرِ ترقّی و کمال
ترجمانِ ماضی شانِ حال   جانِ استقبال
سایۂ خُدائے ذوالجلال

تاریخ اشاعت	ایڈیشن	طباعت	تعداد اشاعت	قیمت
مارچ 1999	اوّل	دہم	49,000	27.10